



MEHHAANIKAPRAKTIKUMI TÖÖJUHENDID

I

1988

N XII
A-1520

lg I 531/534

TARTU RIIKLIK ÜLIKOOL

Üldfüüsika kateeder

MEHHAANIKAPRAKTIKUMI TÖÖJUHENDID

I

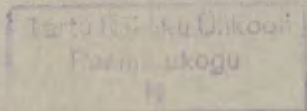
Koostanud E.Tamm

TARTU 1988

Kinnitatud füüsika-keemiateaduskonna nõukogus
30. novembril 1987.a.

Sisukord

Eessõna	3
0. Mõningaid juhiseid mõõtmiseks ja andmetöötluseks	5
0.1. Aja ja võnkeperioodi mõõtmisest	5
0.2. Ühekordse mõõtmise tulemuse juhusliku piir- vea hindamisest	7
0.3. Vähimruutude meetodist andmete graafilisel töötlemisel	8
1. Kiirendusega kulgliikumise kinemaatika ja dünaa- mika seaduste kontrollimine Atwoodi masinaga....	12
2. Raskusväljas liikumise uurimine stroboskoopili- sel meetodil	20
3. Kuuli kiiruse määramine ballistilisel meetodil..	33
4. Kuuli kiiruse määramine pöörlevate ketaste mee- todil	44
5. Elastsete kehade taastumisteguri ja pörkeaja määramine	49
6. Pöördliikumise dünaamika seaduste uurimine rist- hooratta abil	58
7. Inertsimomendi määramine trifilaarpendli abil...	66
8. Güroskoobi pretsessiooni uurimine	77
9. Poissoni koefitsiendi määramine elastsusmooduli ja nihkemooduli kaudu	87
10. Tõmbedeformatsiooni uurimine	100
11. Vedrupendli vabavõnkumise uurimine	109
12. Raskuskiirenduse määramine füüsikalise pendliga.	115
13. Sundvõnkumise uurimine Pohli pöördpendliga.....	128



Eessõna

TRÜ üldfüüsika kateedri mehhaanikapraktikumi tööjuhendid on eesti keeles avaldatud viimati 1968. a. kogumikus "Üldmõõtmiste, mehaanika ja molekulaarfüüsika praktikumi tööjuhendid". Vahepeal on osa töövahendeid ja enamikku juhendeist oluliselt täiendatud. Käesolevasse kogumikku on võetud juhendid, mille ümbertöötamine on tinglikult (mõneks ajaks) lõpetatud. Ülejäänud tööde juhendid avaldatakse kogumiku teises osas.

Mehhaanikapraktikumi moderniseerimine on toimunud põhiliselt mõõtmise (eriti aja mõõtmise) ja andmetöötluse automatiseerimise suunas. Üliõpilase R. Metsundi kursuse- ja diplomitööna valminud elektronkellad on kasutusel paljudes töödes kas koos fotoelektriliste asendianduritega või käsi-stopperi asendajatena. Ühes töös (nr. 1) kasutatakse programmeeritavat kalkulaatorit aja mõõtmiseks ja tulemuste salvestamiseks (autor A. Vissel). Ajamõõtmise automaatikaseadmed 6. töö jaoks ehitas üliõpilane I. Peil. Töövahendite moderniseerimisel ja mõne uue töö ülesseadmisel on märkimisväärsed tööd teinud M. Fischer (2.), E. Pärtel (13.), E. Krull (1., 3.), P. Paris (1., 13.), A. Vissel (1., 7., 10.), üliõpilased A. Luik (2.) ja T. Vissel (2.). Andmetöötluse programmeerimise koostamisel on põhitöö teinud O. Teller ja ka allakirjutanu.

Tööjuhendite ümbertöötamisel on põhitähelepanu suunatud andmetöötlamise meetodite õpetamisele ja üliõpilaste iseseisva mõtlemise arendamisele. Viimast on püütud saavutada lisaülesannete abil. Lisaülesanded enne praktikumi on mõeldud kohustuslikena kõigile, lisaülesanded pärast praktikumi aga lahendamiseks õppejõu valikul. Rohkesti on juhendites viiteid kirjandusele, see peaks õpetama üliõpilasi raamatuga töötama.

Allakirjutanu avaldab tänu kõigile ülalnimetatuile, samuti E. Pärtelile jooniste valmistamise ja L. Tarrastele masinakirjatöö eest.

Ettepanekud õppevahendi täiustamiseks palun saata TRÜ üldfüüsika kateedrisse.

Koostaja

O. MÕNINGAID JUHISEID MÕOTMISEKS JA ANDMETÖÖTLUSEKS

O.1. Aja ja võnkeperioodi mõõtmisest

Aja mõõtmiseks on füüsika praktikumis kasutusel mehhaanilised, elektrilised (vibratsioon- või sünkroon-) ning elektronkellad. Kõiki kolme tüüpi kelli võib kasutada käsi-stopperitena (-stoppkelladena). Sel juhul käivitatakse ja seisatakse kell käsitsi mõõtja meeleorganite poolt vastu võetud signaalide järgi. Elektrilisi ja elektronkelli kasutatakse aga enamasti automaatstopperitena - käivitamine ja seiskamine toimub vastavatel anduritelt (mehhaanilised kontaktid, elektromagnet- või fotorelee jne.) saabuvate elektriliste signaalide abil.

Mõõtevead aja mõõtmisel võib tekkepõhjuste järgi jaotada kolme liiki. Esiteks, kella töö aluseks oleva perioodilise protsessi (balanssratta võnkumine, võrgupinge perioodiline muutumine, kvartsresonaatori võnkumine) ebastabiilsusest tingitud viga; teiseks, kella käivitamise ja seiskamise seadmete (käsitsimõõtmise korral ka inimese) ebatäpsusest tingitud viga (signaali saabumise ja kella reaalse lülitamise vahel on juhuslik ajavahemik - reaktsiooniaeg) - reaktsiooniviga; kolmandaks, kella näidu paratamatust ümardamisest tingitud nn. diskretiseerimisviga.

Mehhaaniliste stopperite jaoks raamatus [1, tabel 16.9] toodud lubatud vead sisaldavad kõiki kolme liiki põhjustest tingitud vigu. Reaktsioonivigadest on arvestatud muidugi ainult stopperi enda käivitusmehhanismist põhjustatuid. Mõõtja reaktsioonist tingitud viga tuleb siia liita, see tuleb katseliselt määrata (vt. allpool).

Vahelduvvooluvõrgust toituvate sünkroon- ja vibratsioonkellade korral arvutatakse mõõdetud ajavahemiku t absoluutviga valemist [4, p. 12.3.3]:

$$\Delta t = \Delta^0 t + E_f \cdot t + \Delta^r t. \quad (0.1)$$

Siin kella lubatud põhiviga $\Delta^0 t$ arvestab kella enda reaktsiooni- ja diskretiseerimisviga, see antakse kella passis (praktikumis kasutatavate kellade jaoks on $\Delta^0 t$ toodud ka raamatus [2, p. 13]). E_f on kella toitepinge (tavaliselt võrgupinge) sageduse mõõtmise suhteline viga, mis on määratud sageduse mõõtevahendi lubatud suhtelise piirveaga. Siinjuures arvestatakse, et kella näit t' on parandatud mõõdetud sageduse f järgi (kell on arvestatud sagedusel 50 Hz):

$$t = t' \frac{50}{f}. \quad (0.2)$$

Kui sagedust ei mõõdata, tuleb E_f arvutada vahelduvvoolu võrgusageduse lubatud vea alusel. Riiklik standard ГСОТ 13109-67 määrab 10 min keskmiseks sageduse erinevuseks 50 Hz-st 0,1 Hz, lühiajaliste kõikumiste amplituud ei tohi ületada 0,2 Hz. Seega ajavahemike $t \geq 10$ min korral on $E_f = 0,002$, lühemate ajavahemike korral aga 0,004. $\Delta^r t$ on mõõtja või kella lülitava automaadi reaktsiooniviga.

Kvartsresonaatoriga stabiliseeritud sagedusega elektronkelladel on numbrilaua asemel numbertabloo. Esimest tüüpi suhteline viga (kvartsresonaatori sageduse ebastabiilsus) ei ületa tavaliselt 10^{-5} , täpsemad andmed on toodud kella passis. Mõõtevea määrab siin põhiliselt tabloo peenima järgu ühikuga võrduv diskretiseerimisviga. Siia liitub muidugi mõõtja või kella lülitava automaadi reaktsiooniviga.

Nii mõõtja kui automaadi reaktsiooniviga on põhjustatud sellest, et reaktsiooniaeg on juhuslik suurus ja kella käivitamise ning seiskamise reaktsiooniaegade vahe ei ole mitte null, vaid samuti juhuslik suurus. Juhendite kogumikus [3, p. 1.6] on kirjeldatud lihtsat meetodit inimese (mõõtja) reaktsiooniaegade hajumisest tingitud kahe reaktsiooniaja vahe standardhälbe $s_{\Delta t}$ mõõtmiseks. Eeldades, et kahe reaktsiooniaja vahe allub normaaljaotusele, saame 95 % usaldusnivoo korral ühekordse mõõtmise tulemuse reaktsioonivea hinnangu:

$$\Delta^T t \approx 2s_{4t}$$

(0.3)

Automaatkäivitvi reakttsioonivea hindamiseks tuleb mingil moel n korda mõõta automaadi reakttsioonlaeg; s_{4t} arvutatakse eelnimetatud juhendi järgi. Fotorelee korral võib reakttsioonivea teiste veakomponentide kõrval tavaliselt arvestamata jätta.

Nagu eelnevast nähtub, ei sõltu mõõdetava ajavahemiku absoluutne piirviga enamasti ajavahemiku pikkusest või on see sõltuvus üsna nõrk. (Erandiks on vahelduvvooluvõrgust toituvate kellade juht.) Seega saab pikemaid ajavahemikke mõõta täpsemini. See võimaldab võnkeperioodi mõõtmise täpsust oluliselt suurendada, kui me määrame küllalt suure arvu N võngete summaarse aja. Arvu N piiramatut suurendamine on aga mõttetu, eriti kui absoluutse piirvea komponentide hulgas on ajavahemikuga võrdelisi liikmeid, nagu näiteks valemis (0.1). Võngete arvu N vajaliku suuruse määramine on tüüpiline mõõtmise planeerimise ülesanne, juhendites on vajadusel antud konkreetseid juhiseid selle lahendamiseks.

Reakttsiooniviga on juhuslik. Kui see on oluline veakomponent, tuleb tema hindamiseks ka võnkeperioodi mõõtmisel teha kordusmõõtmisi. Tavaliselt tehakse siis mingi seeria mõõtmisi arvu N väikese väärtuse korral, arvutatakse tulemustest üksikmõõtmise tulemuse juhuvea (vt. p. 02). Seda kasutatakse edasise mõõtmise planeerimisel.

0.2. Ühekordse mõõtmise tulemuse juhuvea hindamisest

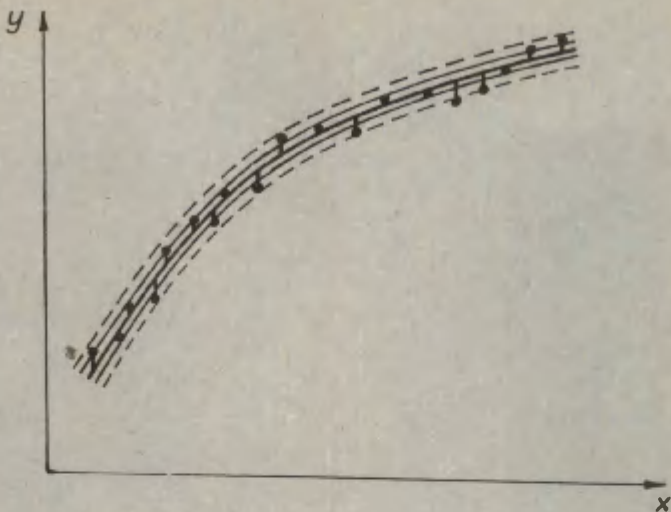
Juhusliku mõõtevea (juhuvea) kohta on võimalik informatsiooni saada ainult kordusmõõtmiste tulemuste statistilise töötlemise kaudu. Kui aga mingit füüsikalist suurust erinevate objektide korral või selle suuruse erinevaid väärtusi sama objekti korral mõõdetakse samade mõõtevahenditega ja sama mõõtemetoodikat kasutades, siis ei ole otstarbekas iga kord teha kordusmõõtmisi. Sel juhul tehakse suuruse mingi suvalise väärtuse korral pikem mõõteseeria (maht $n \geq 10$), seeria tulemustest arvutatakse üksiktulemuse standardhälbe σ_x hinnang s_x [2, valem 4.5]. Edaspidi mõõdetakse selle

suuruse väärtusi üksainus kord. Eeldades (normaaljaotushüpooteesile [1, p. 28.8] toetudes), et mõõtetulemused (siis ka nende juhuslikud vead) alluvad vähemalt ligikaudu normaaljaotusele, saab s_x kasutades konstrueerida üksiktulemuse juhusliku piirvea hinnangu valitud usaldusnivool [2, lk. 12 - 13]. Selleks tuleb s_x korrutada usaldusnivoost p (juhendis [2] tähistatud α) sõltuva teguriga t_p . Näiteks $p = 95\%$, $t_p = 2$; $p = 99,7\%$, $t_p = 3$. Tegur t_p on standardiseeritud normaaljaotuse kvantiil [1, p. 27.6, 28.5]. Kui on millegipärast tarvis valida näites toodetest erinev usaldusnivoo, võib kvantiili t_p väärtusi leida standardiseeritud normaaljaotusfunktsiooni tabelitest, näiteks [1, tabel 34.6.1].

0.3. Vähimruutude meetodist andmete graafilisel töötlemisel

Eksperiment füüsikas tähendab enamasti ikka suuruste vahelise sõltuvuse uurimist. Üks suurustest loetakse tavaliselt sõltumatult muutuvaks, teise muutused on kas esimese suuruse muutumisest põhjustatud või kaasnevad nendega mingite muude põhjuste tõttu. Mõõtmistulemused moodustavad nüüd argumendi (x) ja funktsiooni (y) väärtuspaaride hulga - kahemõõtmelise massiivi. Kui need paarid kanda punktide-na x - y -teljestikus graafikule, siis enamasti osutub, et punktidest ei saa läbi tõmmata "siledat" joont (vt. joon. 0.1). Põhjuseks on kas juhuslikud mõõtevead või asjaolu, et üks suurustest - funktsioon (vahel ka mõlemad) muutub väga paljude põhjuste koosmõjul ja tema väärtus argumendi fikseeritud väärtuse korral ongi juhuslik. Mõlemal juhul on funktsiooni mõõtmistulemus juhuslik suurus. Sageli on ka argumendi mõõtmistulemus juhuslik suurus, kuid see raskesti oluliselt andmetöötlust. Kui argumendi juhuslikku mõõteviga ei ole võimalik alla suruda, siis tavaliselt loetakse katsepunktide juhuslik ("mittesile") paiknemine x - y -tasandil funktsiooni "süüks", argumendi väärtused loetakse täpselt tuntuks. See põhjustab andmete tõlgendamisel täiendavat meetodilist viga, kuid sellega enamasti lepitakse.

Füüsika praktikumis mõõdetakse tavaliselt mittejuhus-



Joon. 0.1.

likke suursusi. Seega on argumendi fikseeritud väärtuse korral funktsiooni tõeline väärtus olemas. Tõelise väärtuse parimaks hinnanguks on mõõtmistulemuste aritmeetiline keskmine (vähemalt täpselt või ligikaudu normaaljaotusele alluva juhusliku vea korral). Kui nüüd argumendi iga fikseeritud väärtuse juures mõõta funktsiooni küllalt suur arv n korda ja graafikule kanda nende mõõteseeriate aritmeetilised keskmised, siis saaksime punktidest läbi tõmmata sileda joone, mis ongi uuritava funktsiooni parim hinnang. Seda hinnangut nimetatakse regressioonfunktsiooniks.

Kirjeldatud meetod funktsiooni hindamiseks on väga töömahukas, seda ei kasutata kunagi. Saab tõestada, et sama tulemuse annab vähimruutude meetod [1, p. 30.9]. Kui funktsioon sõltub argumendist lineaarselt

$$y = ax + b, \quad (0.4)$$

siis parameetrite a ja b ning nende piirvigade, samuti regressioonvalemist (0.4) arvutatava funktsiooni hinnangu y juhusliku piirvea leidmine analüütiliselt on küllaltki lihtne [1, p. 30.10, 39.3, 31.5; 2, p. 9]. Kui aga funktsioon ei ole lineaarne ja seda ei õnnestu muutujate vahetuse-

ga lineariseerida [1, p. 39.6 - 39.8], siis on funktsiooni kirjeldava avaldise konstantide analüütiline määramine väga keeruline arvutusülesanne; pealegi ei ole sageli selle avaldise üldkuju tuntud. Sel juhul võib piirduda funktsiooni graafilise hinnanguga. Juhuslikke vigu iseloomustab graafikul veakoridor, mis konstrueeritakse vähimruutude meetodil.

Katsetulemusi x - y -teljestikus kujutavast punktiparvest tõmmatakse silma järgi läbi regressioonikõver [1, p. 39.2], nii et katsepunkte jääks kummalegi poole kõverat enam-vähem ühepalju. Regressioonfunktsiooni definitsiooni kohaselt iseloomustab see joon y keskmist väärtust mistahes x väärtuse korral. Nüüd mõõdetakse katsepunktide hälbed Δy_i sellest "keskmisest" joonest y -teljega paralleelses sihis (vertikaalsed lõigud joonisel 0.1) ja arvutatakse üksikpunkti ruutkeskmine hälve regressioonkõverast

$$s_y = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta y_i)^2}{n-1}} \quad (0.5)$$

ja kõvera punktide ruutkeskmine viga

$$s_{\bar{y}} = \frac{s_y}{\sqrt{n}} \quad (0.6)$$

Korrutades $s_{\bar{y}}$ Studenti teguriga $t_{p, n-1}$ [1, p. 31.2, 31.3, 35.2; 2, p. 4] valitud usaldusnivool p , saamegi veakoridori laiuse. Seda veakoridori kujutab peen pidev joon joonisel 0.1.

Saadud veakoridor iseloomustab funktsiooni hinnanguna kasutatava regressioonkõvera täpsust. Võib aga ehitada ka katsepunktide "lubatud" hälvet kõverast kujutava koridori (punktiirjoon joon. 0.1). Selle laiuse saame, kui korrutame s_y standardiseeritud normaaljaotuse kvantiiliga t_p (vt. p. 0.2). Kui nüüd mõnes kohas katsepunktid jäävad sellest koridorist süstemaatiliselt ühele poole välja, siis ei kirjelda selline sile joon funktsiooni õigesti, funktsioonil on tegelikult siin "jõnks" sees. Regressioonkõverat tuleb nüüd parandada, muidugi tuleb uuesti arvutada ka s_y ja $s_{\bar{y}}$.

O.4. Kirjandus

1. Tammet, H. Füüsika praktikum: Metroloogia. - Tln.: Valgus, 1971. - 240 lk.
2. Voolaid, H. Mõõtevigade hindamine füüsika praktikumis. - Tartu: TRÜ, 1986. - 55 lk.
3. Üldmõõtmiste praktikumi tööjuhendid / Koost. E. Tamm. - Tartu: TRÜ, 1987. - I. - 84 lk.
4. Üldmõõtmiste praktikumi tööjuhendid / Koost. E. Tamm. - Tartu, 1979. - II. - 102 lk.

1. KIIRENDUSEGA KULGLIIKUMISE KINEMAATIKA JA DÜNAAMIKA SEADUSTE KONTROLLIMINE ATWOODI MASINAGA

1.1. Tööülesanne

Ühtlaselt kiireneval liikumisel läbitud tee pikkuse ja kiiruse seaduste ning Newtoni II seaduse kontrollimine. Ploki teljele mõjuva hõõrdejõu momendi määramine.

1.2. Töövahendid

Atwoodi masin põhi- ja lisakoormistega, elektromagneti, platvormi ja rõngasplatvormiga; juhtimis- ja ajamõõteseadmed (juhtplokk elektroonilise kellaga, mikrokalkulaator MK-64), analüütiline kaal.

1.3. Atwoodi masina konstruktsioon ja teooria

Masina põhiosadeks on seina külge kinnitatud vertikaalne metallvarras A (joon. 1.1), millele on kantud sentimeeterjaotistega skaala ja tema ülemisse otsa kinnitatud kerge alumiiniumplokk B. Hõõrdumine ploki pöörlemisel on viidud minimaalseks laagrite spetsiaalse ehitusega. Üle ploki on pandud peenike niit, mille mõlemas otsas on võrdse massiga koormised C ja C'. Koormise C' alumine osa on pehmeterasest, nii et seda võib hoida fikseeritud asendis elektromagneti M abil. Põhikoormiste C ja C' massi võib suurendada lisakoormiste D ja E abil. Vardale A on muhvide abil kinnitatud rõngasplatvorm F ja platvorm G, nii et nad on nihutatavad vertikaalsihis. Samasuguse muhvi külge on kinnitatud ka elektromagnet M.

Kui koormisele C asetada lisakoormis D või E, siis hakkab kogu süsteem ühtlaselt kiirenevalt liikuma. Süsteemi kiirenduse võib arvutada. Kasutades Newtoni II seadust ja skalaarset momentide võrrandit, kirjutame liikumisvõrrandid koormiste C ja C' ning ploki jaoks projektsioonides

allasuunatud vertikaalteljele, lugedes niidi kaalutuks ja venimatuks:

$$\left. \begin{aligned} (m + m_1) a &= (m + m_1) g - T_2, \\ -ma &= mg - T_1, \\ I \frac{a}{r} &= (T_2 - T_1) r - M_h. \end{aligned} \right\} \quad (1.1)$$

Siin m on põhikoormise (C või C') mass, m_1 on lisakoormise (D või E) mass, T_1 ja T_2 on niidi pinged vastavalt koormiste C' ja C pool plokki, I ja r on vastavalt ploki inertsimoment pöörlemistelje suhtes ja ploki raadius, a ja g on süsteemi liikumise kiirenduse ja raskuskiirenduse moodulid, M_h on hõõrdejõudude moment ploki pöörlemistelje suhtes. Suhe $\frac{a}{r} = \varepsilon$ on ploki nurkkiirendus eeldusel, et niit ploki pinnal ei libise. Kõigi vektorite projektsioonid on absoluutväärtuselt võrdsed nende moodulitega. Süsteemi (1.1) lahendamisel saame:

$$a = \frac{m_1 g - \frac{M_h}{r}}{2m + m_1 + \frac{I}{r^2}}. \quad (1.2)$$

Viimases valemis võib põhikoormiste summaarse massi $2m$ hulka lugeda ka niidi massi. Katseseadme konstandina ongi $2m$ antud koormiste C ja C' ning niidi summaarne mass.

Seega hakkab Atwoodi masina koormiste süsteem liikuma konstantse kiirendusega $a < g$. Kui liikumise ajal kõrvaldada lisakoormis, siis hakkab süsteem edasi liikuma ühtlaselt kiirusega, mis tal oli lisakoormise kõrvaldamise momendil, kui jätta arvestamata hõõrdejõududest tingitud hästi väike aeglustumine. Lisakoormisi E saab liikumise ajal kõrvaldada rõngasplatvormi abil.

Beltoodust lähtudes saab Atwoodi masinaga kontrollida ühtlaselt kiireneva liikumise kinemaatika valemite (tööülesandes nimetatud seaduste) kehtivust. Dünaamika põhiseaduse kehtivuse kontrollimine on võimalik esimeses lähenduses hõõrdejõu ignoreerimisel või täpsemas lähenduses - eelnevalt määratud hõõrdejõu momenti arvestades. Kõigeaks selleks tuleb mõõta teepikkusi s , s' ja s'' (joon. 1.1) vardal A oleva skaala abil ja koormise C poolt nende teepikkuste

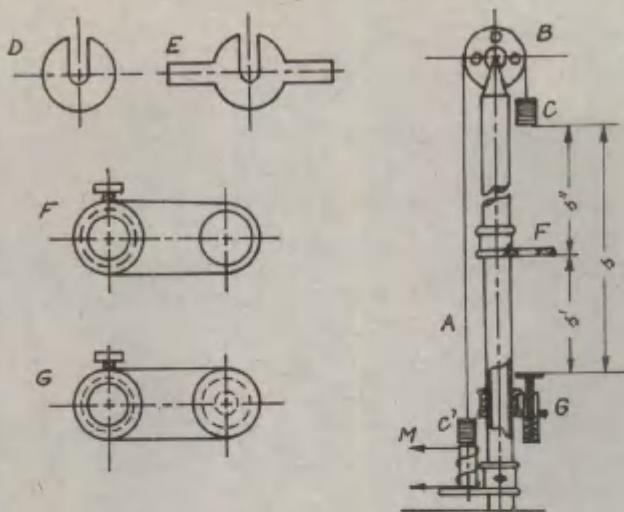
läbimiseks kulutatud ajavahemikke t , t' ja t'' elektronkella ja automatiseeritud ajamõõtesüsteemi abil.

Automatiseeritud ajamõõtesüsteemi plokskeem on toodud joon. 1.2. Juhtblokis asuv kvartsresonaatoriga stabiliseeritud elektronkell võimaldab mõõta ajavahemikke $0 \dots 10$ s $0,01$ s täpsusega. Pärast juhtbloki lülitamist vooluvõrku "käib" kell pidevalt. Kui kolme kümnendkohaga tabloo saab täis ($9,99$ s), algab kella töö jälle nullist. Nupule START vajutamiseга katkestatakse teatud ajaks vool elektromagnetis mähises ja samal hetkel nullistatakse kell. Kella näidu kood antakse pidevalt mikrokalkulaatori sisendisse, juhtblokis asuvast kalkulaatori juhtsignaali formeerijast tuleva impulsi saabumisel kirjutatakse see kood kalkulaatori x-registrisse, kust teda vajaduse korral saab programmiiselt salvestada mällu. Eespool nimetatud ajavahemike t'' ja t mõõtmiseks on rõngasplatvormi F (joon. 1.1) külge ehitatud fotokontakt K_F , platvormi G külge aga mehhaaniline kontakt K_G . Kui koormise C alumine pind jõuab üheni neist kontaktidest (lisakoormis E võetakse maha just hetkel, kui koormise C alumine pind sulgeb kontakti K_F), annab juhtsignaalide formeeri ja impulsi ja kalkulaator fikseerib ajavahemiku, mis on möödunud elektromagnetis voolu katkestamise hetkest. Ajavahemikku t' saab mõõta kaudselt: $t' = t - t''$.

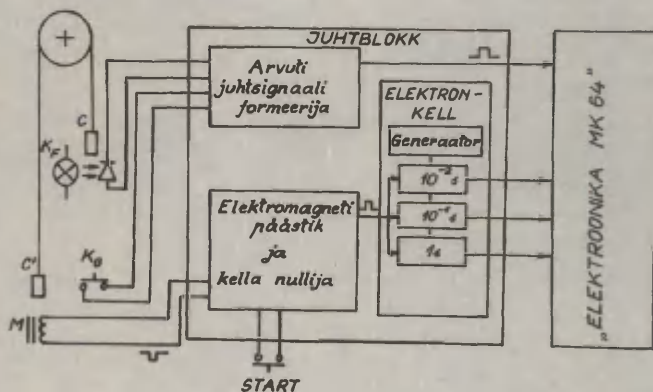
Elektronkellal on konstantne absoluutne lubatud viga ($0,01$ s), seetõttu on mõõtmistäpsuse huvides kasulik mõõta võimalikult pikki ajavahemikke. Kui t'' tahetakse salvestada mällu, siis peab pidama meeles, et kalkulaatoril kulub selleks $0,8$ s - seega peab $t' > 0,8$ s, muidu jääb t fikseerimata. Kõigest sellest järeldub, et ei ole mõistlik kasutada suuri ülekoormusi. Lisakoormisi asetades tuleb jälgida, et ülekoormus ühel pool plokki ei ületaks 300 N.

Vardal A oleva skaala kriipsude vahelise kauguse riistaviga ei ületa 1 mm. Pikkuse s , s' ja s'' mõõtmisel võib määravaks osutada subjektiivne parallaktiline viga.

Põhikoormiste mass 2 m, ploki inertsimoment I ja raadius r on antud seadme konstantidenä. Antud on ka kõigi lisakoormiste massi ligikaudsed väärtused.



Joon. 1.1. Atwoodi masin.



Joon. 1.2. Automatiseeritud ajamõõtesüsteemi plokk skeem.

1.4. Töö käik

1.4.1. Ühendame juhtbloki kalkulaatoriga, lülitame seadmed vooluvõrku, sisestame kalkulaatorisse mõõtmise ja salvestamise programmi vastavalt seadme juures olevale juhendile. Kontrollime mõõtesüsteemi tööd, vajutades juhtbloki nupule START ja sulgedes seejärel sõrmega fotokontakti K_F ja mehhaanilise kontakti K_G . Arvuti peab salvestama t'' ja t .

1.4.2. Elektronkella suure mõõtmistäpsuse tõttu on ajavahemike mõõtmisel piirviga määratud põhiliselt kontaktide K_F ja K_G reaktsioonaja ebapüsivusest tingitud juhusliku veaga. Et mitte teha korduskatseid iga mõõtmisoperatsiooni juures, määrame algul kindlaks juhusliku piirvea ajavahemike t'' ja t ühekordsel mõõtmisel. Selleks teeme magneti ja mõlema platvormi suvalises asendis (ainult pidades silmas, et $t' > 0,8$ s!) suvalise ülekoormuse korral põhikoormisel C vähemalt 10...15 korduskatset, salvestades t'' ja t ning kirjutades need üles. Iga katse seisneb järgnevas: koormis C' viiakse kontakti magnetiga M , summutatakse koormise C (koos ülekoormisega) võnkumine, viiakse kalkulaatori programmiloendi nulli, käivitatakse programm ja vajutatakse juhtbloki nupule START. Kummagi vaheli jaoks arvutame standardhälbed $\sigma_{t''}$ ja σ_t . Kontaktide reaktsioonaja kui juhusliku suuruse jaotus on lähedane normaaljaotusele. Sellepärast võib ajavahemike t'' ja t ühekordse mõõtmise tulemuse piirvea saamiseks kasutada standardiseeritud normaaljaotuse kvantiilide tabelit [1, tabel 34.6.1]. Näiteks tuleb 98 %-lisel usaldusnivool piirvea saamiseks korrutada $\sigma_{t''}$ ja σ_t 2,33-ga.

1.4.3. Läbitud tee seaduse $s = \frac{1}{2} at^2$ (1.3) kontroll. Viime magneti kinnitumuhvi nii madalale, kui seda võimaldab koormisi C ja C' ühendava niidi pikkus, platvormi G kinnitame kõige alumisse võimalikku asendisse. Fikseerime koormise C alumise pinna ja kontakti K_G asendid skaalal. Valime lisakoormiste D hulgast sobiva, asetame põhikoormisele C ja mõõdame ajavahemiku t . Kordame katset vähemalt 7...10 korda, nihutades iga kord plat-

vormi G umbes 20 cm võrra ülespoole.

Kanname mõõtmistulemused koos piirvigadega graafikule teljestikus $t^2 - 2s$. Kui läbi kõigi vearistide saab tõmmata sirge, on läbitud tee seaduse kehtivus valitud usaldusnivool kinnitust leidnud. Arvutame saadud sirge tõusu, mis annab kiirenduse väärtuse kasutatud ühikutes. Arvutame kiirenduse piirvea, kasutades üht kirjanduses [2, p. 9] kirjelatud meetoditest.

1.4.4. Kiiruse seaduse $v = at$ (1.4)

kontroll. Koormise C hetkkiirust lisakoormise E äravõtmise momendil saab mõõta, kui lugeda liikumine pärast lisakoormise äravõtmist ühtlaseks. Selleks tuleb mõõta teepikkuse s' läbimiseks kulutatud aeg t' . Antud juhul ei paranda t' suurendamine kiiruse määramise täpsust, sest hõõrde olemasolu tõttu kiirus tegelikult väheneb ja meetodiline viga hetkkiiruse määramisel kasvab s' ja t' suurenedes. Sellepärast tuleb siin minna kompromissile, valida s' mitte eriti suur ega ka mitte eriti väike. Soovitav on kahe platvormi vahemaa s' valida umbes 60...80 cm.

Kinnitame platvormi G võimalikult alumises asendis, rõngasplatvormi F temast 60...80 cm kõrgemal. Fotokontakti K_F asukoht on märgitud tema korpusel punase joonega. Asetame koormisele C sobiva ülekoormise E. Mõõdame t'' ja t . Kordame katset 7...10 korda, nihutades iga kord platvormi 10...15 cm võrra ülespoole, säilitades aga nende vahemaa konstantsena. Arvutame iga kord hetkkiiruse $v = \frac{s'}{t'}$. Andmed (s'' , t'' , t , s' , t' , v) kanname tabelisse. Tulemused kanname graafikule teljestikus $t'' - v$ (koos vearistidega). Kui vearistidest saab sirge läbi tõmmata, on kiiruse seadus leidnud kinnitust. Arvutame kiirenduse koos piirveaga p. 1.4.3 toodud juhiste järgi.

1.4.5. Newtoni II seaduse $F = ma$ kontroll. Asetame lisaraskusi D mõlemale poole, kuid nii, et $m_{1C} > m_{1C}'$. Edasi jätame kogu süsteemi massi $M = 2m + m_{1C} + m_{1C}'$ muutumatuks, kuid muudame liikumapanevat jõudu F , tõstes lisakoormisi põhikoormiselt C' üle põhikoormisele C. Sealjuures muutub ka süsteemi liikumise kiirendus. Saame

$$F_1 = Ma_1, \quad F_2 = Ma_2.$$

Jagades võrdused, saame:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{a_1}{a_2}.$$

Maa gravitatsiooniväljas asuvale kehale mõjuv jõud on võrdeline selle keha massiga, sellepärast võime liikumapanevate jõudude suhte avaldada ülekoormiste masside vahe kaudu:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{(m_{1C} - m_{1C'})_1}{(m_{1C} - m_{1C'})_2}.$$

Kui mõlemas katses kiirenduse mõõtmisel säilitada teepikkus jäävana, on kiirenduste suhe arvutatav aegade t ruutude suhtena. Saame:

$$\frac{(m_{1C} - m_{1C'})_1}{(m_{1C} - m_{1C'})_2} = \frac{t_2^2}{t_1^2}. \quad (1.5)$$

Viimase võrduse kehtivus katsevigade piires ongi Newtoni II seaduse kehtivuse tõestus esimeses lähenduses, hõõrdumise mitteametamisel.

Valinud s võimalikult suurena, mõõdame ajad t_1 ja t_2 vähemalt 7...10 korda, arvutame keskmised ja nende piirvead. Analüütilisel kaalul määrame vahed $m_{1C} - m_{1C'}$, mõlema juhu jaoks, asetades osa ülekoormisi ühele, teise osa teisele kaalukaussile. Kontrollime valemi (1.5) kehtivust katsevigade piires.

Kui valem (1.5) ei kehti, kaalume p. 1.4.3 kasutatud lisakoormise (analüütilisel kaalul) ja arvutame valemist (1.2) suhte $\frac{M_h}{r}$, kasutades seal leitud kiirenduse väärtust. Valemist (1.2) saame avaldada:

$$\frac{(m_{1C} - m_{1C'})_1 g - \frac{M_h}{r}}{(m_{1C} - m_{1C'})_2 g - \frac{M_h}{r}} = \frac{a_1}{a_2} = \frac{t_2^2}{t_1^2}. \quad (1.6)$$

Viimase võrduse kehtivus katsevigade piires on Newtoni II seaduse ja tema abil tuletatud momentide võrrandi kehtivuse tõestus.

1.4.6. Uurime Atwoodi masina ploki laagrite ehitust, teeme visandjoonise plokist endast ja tugilaagritest.

1.5. Lisaülesanded

1.5.1. Enne praktikumi

A. Esitada süsteemi (1.1) lahenduskäik, leides nii kiirenduse avaldise (1.2) kui ka niidi pinged T_1 ja T_2 .

B. Tuletada valemid (1.3) ja (1.4) konstantse jõu mõjul toimuva liikumise diferentsiaalvõrrandis $\ddot{x} = a = \text{const}$ integreerimisega.

C. Miks on soovitatud p. 1.4.3 ja 1.4.5 kasutada võimalikult suurt teepikkust s ?

D. Millistes ühikutes tuleb mõõta lõike katsetulemuste graafikute telgedel p. 1.4.3 ja 1.4.4?

1.5.2. Pärast praktikumi

E. Esitada idee meie Atwoodi masina plokki inertsimomendi katseliseks määramiseks selle pöörlemistelje suhtes.

F. Esitada idee hõõrdejõudude momendi M_h katseliseks määramiseks liikumise uurimise abil teepikkusel s' (platvormide vahel, pärast ülekoormuse mahavõtmist).

G. Summaarse liikumist takistava jõumomendi kujundamisel Atwoodi masinas mängivad olulist osa: veerehõõre plokki võlli veeremisel tugirataste pöidadel, veerehõõre ja viskoosne hõõre tugirataste võllide õlitatud kuullaagrites, liugehõõre plokki võlli kärnlaagrites. Kuidas teha katseliselt kindlaks, kas summaarne pidurdav jõumoment on kuiva hõõrde tüüpi (s.t. ei sõltu kiirusest) või viskoosse hõõrde tüüpi (s.t. võrdeline kiirusega)?

1.6. Kirjandus

1. Tammet, H. Füüsika praktikum: Metroloogia. - Tln.: Valgus, 1971. - 240 lk.
2. Voolaid, H. Mõõtevigade hindamine füüsika praktikumis. - Tartu: TRÜ, 1983. - 55 lk.
3. Saveljev, I. Füüsika üldkursus. - Tln.: Valgus, 1978. - I. - Lk. 13-29, 35-38, 51-53, 105-108.
4. Физический практикум: Механика и молекулярная физика / Под ред. В.И.Ивероновой. - М.: Наука, 1967. - С. 51-54.

2. RASKUSVÄLJAS LIIKUMISE UURIMINE STROBOSKOOPILISEL MEETODIL

2.1. Tööülesanne

I. Vaba langemine.

Tõestada: a) vaba langemine on ühtlaselt kiirenev liikumine, määrata selle liikumise kiirendus;

b) kiirenduse väärtus ei sõltu keha mõõtmetest.

II. Liikumine kõverjoonelisel trajektoorigil Maa raskusväljas.

Tõestada: a) horisontaalne liikumine on ühtlane, määrata selle liikumise kiirus;

b) vertikaalne liikumine on vaba langemine, määrata selle liikumise kiirendus;

c) liikumise trajektoorigiks on parabool, määrata liikumise algkiirus trajektoorigil.

III. Kuuli veeremine kaldpinnal.

Määrata, milline osa mehhaanilisest energiast muundub soojuseks.

2.2. Töövahendid

Katsestend elektromagnetite, kaldrenni ja stroboskoopilise valgusallikaga, fotoaparaat, statiiv selle kinnitamiseks, metallkuulid, nihik, seade kuuli filmilindile jäädvustatud jälgede koordinaatide määramiseks, ripplood, numbrilise näiduga sagedusmõõtur.

2.3. Teoreetilised alused

2.3.1. Vertikaalne (vaba) langemine. Alguskiirusega vabalt langevat kuuli pildistatakse vilkuvast valguses (lühiajalised valgusimpulsid korduvad rangelt võrdsete ajavahemike tagant). Fotolt on võimalik mõõta langeva kuuli koordinaadid valguspulssidega määratud ajahetkedel sobivalt valitud koordinaadistikus. Nende mõõtetulemuste abil saab kindlaks teha liikumise iseloomu ja määrata vaba langemise kii-

renduse väärtuse. Koordinaadistiku alguspunkti, samuti aja alghetke valik on vaba; üks telgedest, näit. y -telg on aga ilmselt ratsionaalne valida kokkulangevana kuulikese massikeskme trajektooriga. Päril liikumise alguses kuuli jäljed filmil kattuvad osaliselt. Valinud $y_0 = 0$ ja $t_0 = 0$ määratuks kuuli massikeskme ühe esimese selgesti eristatava asendiga, võime kuuli jälgede fikseerimise ajahetked väljendada järgmiselt:

$$t_k = kT, \quad (2.1)$$

kus T on valgusimpulsside kordumissagedus, $k = 0, 1, 2, \dots$. Kui meie kuuli liikumine on tõesti vaba langemine kiirendusega g , siis võime selle koordinaadid valemiga (2.1) antud ajahetkedel avaldada:

$$y_k = v_0 T k + \frac{g}{2} T^2 k^2. \quad (2.2)$$

Jagame võrduse mõlemad pooli Tk -ga:

$$\frac{y_k}{Tk} = v_0 + g \frac{Tk}{2}. \quad (2.3)$$

Teeme muutujate vahetuse:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_k &= \frac{y_k}{Tk}, \\ \tau_k &= \frac{Tk}{2}. \end{aligned} \right\} \quad (2.4)$$

Uutes muutujates avaldub valem (2.3) hästi lihtsalt:

$$\sigma_k = v_0 + g \tau_k. \quad (2.5)$$

Funktsiooni $\sigma_k = \sigma_k(\tau_k)$ graafik on sirge. Kui katsest määratud punktid τ - σ tasandil asuvad mõõtevigade piires ühel sirgel, siis see tõestab, et tegemist on ühtlaselt kiireneva liikumisega. Sirge tõus ja algordinaat määravad vastavalt raskuskiirenduse g ja algkiiruse koordinaatide alguspunktis v_0 .

2.3.2. Liikumine kõverjoonelisel trajektooriga Maa raskusväljas

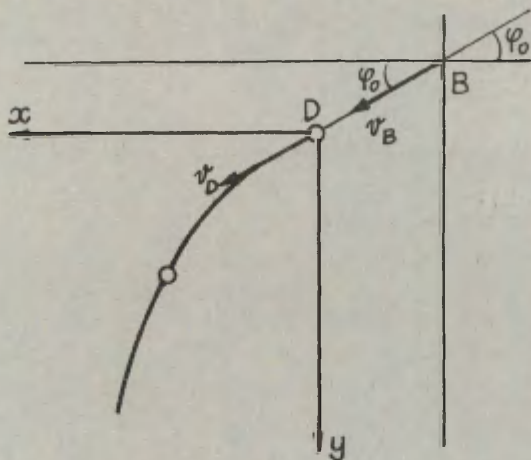
Kuuli kõverjooneline liikumine Maa raskusväljas saavutatakse, lastes tal eelnevalt veereda kaldrennis, mis moodustab horisontaaltasandiga nurga φ_0 . Kuuli vaba liikumine

algab pärast selle väljumist kaldrennist punktis B (joon. 2.1). Kuuli liikumise trajektoori fikseeritakse nii nagu p. 2.3.1. Kui õhutakistust mitte arvestada, peab kuul horisontaalselt liikuma ühtlaselt, vertikaalselt aga ühtlaselt kiirenevalt kiirendusega g . Suunamegi x -telje horisontaalselt, y -telje vertikaalselt alla (joon. 2.1), nullpunkti paigutame jälle kuuli esimese selgesti eristatava jälje tsentrisse väljaspool renni (punkt D, joon. 2.1). Kuuli massikeskme asendite koordinaadid pildistamishetkedel avalduvad:

$$\left. \begin{aligned} x_k &= v_x kT, \\ y_k &= v_{yD} kT + \frac{g T^2 k^2}{2} \end{aligned} \right\} \quad (2.6)$$

Jagades teise võrrandi pooli jälle kT -ga ja tehes samasuguse muutujate vahetuse nagu p. 2.3.1, saame:

$$\left. \begin{aligned} x_k &= 2 v_x \tau_k, \\ y_k &= v_{yD} + g \tau_k. \end{aligned} \right\} \quad (2.7)$$



Joon. 2.1. Kuuli kõverjooneline trajektoori.

Siin v_x ja v_{yD} on kuuli kiiruse horisontaalkomponent ja vertikaalkomponendi väärtus koordinaatide alguspunktis. Katse-

punktide asend ühel sirgel teljestikus $\tau - x$ tõestab, et horisontaalne liikumine on ühtlane. Sirge tõus määrab horisontaalkiiruse v_x , selle kaudu saab arvutada kuuli kiiruse mooduli ja vertikaalkomponendi rennist väljumise hetkel (punktis B, joon. 2.1):

$$v_B = \frac{v_x}{\cos \varphi_0}, \quad (2.8)$$

$$v_{yB} = v_x \tan \varphi_0. \quad (2.9)$$

Kui katsepunktid teljestikus $\tau - \sigma$ asuvad ühel sirgel, siis see tõestab, et vertikaalliikumine on ühtlaselt kiirenev; sirge tõus määrab jälle kiirenduse g . (Soovi korral algoritmiga järgi võib arvutada v_{yD} .)

Kuuli keskpunkti trajektoori kuju identifitseerimiseks elimineerime võrrandisüsteemist (2.6) kT:

$$y_k = \frac{v_{yD}}{v_x} x_k + \frac{g}{2 v_x^2} x_k^2. \quad (2.10)$$

Saame parabooli võrrandi. Jagame võrrandi pooli x_k -ga ja toome sisse tähistused:

$$\frac{y_k}{x_k} = \varepsilon_k, \quad (2.11)$$

$$\frac{g}{2 v_x^2} = \frac{g}{2 v_B^2 \cos^2 \varphi_0} = c, \quad (2.12)$$

saame

$$\varepsilon_k = \frac{v_{yD}}{v_x} + c x_k. \quad (2.13)$$

Kui katsepunktid teljestikus $x - \varepsilon$ asetuvad mõõtevigade piires ühele sirgele, on tõestatud, et kuuli tsentri trajektor on parabool. Sirge tõusu c järgi on võimalik määrata kuuli kiirus v_B selle väljumisel kaldrennist.

2.3.3. Kuuli veeremine kaldrennis. Kuuli veeremisel kaldrennis muundub tema potentsiaalne energia kineetiliseks, hõõrdumise paratamatu olemasolu tõttu aga osa sellest ka soojuseks. Veeremist võime vaadelda kui massikeskme kulgliiku-

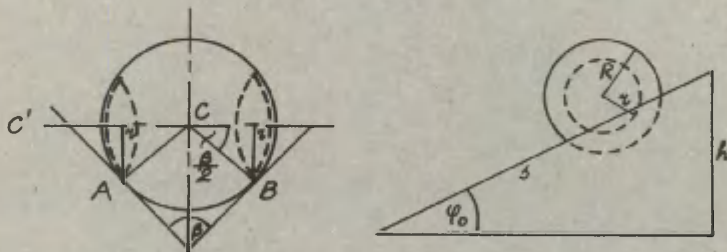
mise ja massikeset läbiva horisontaalse telje ümber toimuva pöörlemise summat. Kui kaldrenni kõrgus on h (joon. 2.2) ja veeremine algab renni tipus paigalseisust, siis potentsiaalne energia väheneb kaldrennis veeremise ajal $\Delta W_p = mgh$ võrra (m - kuuli mass). Kuuli kineetiline energia renni alumise otsa juures avaldub eelmainitud kahe liikumise energiatega summana:

$$W_k = \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} I_c \omega^2, \quad (2.14)$$

kus v on massikeskme joonkiirus renni suhtes, ω - kuuli pöörlemise nurkkiirus, I_c - kuuli inertsimoment massikeset läbiva pöörlemistelje suhtes.

Seadmes on kasutusel v-kujulise ristlõikega renn (joon. 2.2), renni tahkude vahelise nurga (sisenurga) tähistame β -ga. Kuul toetub rennile kahes punktis A ja B , veeremisel moodustavad renniga kokkupuutuavad punktid kuuli pinnal kaks ringjoont, mille keskpunktid asuvad pöörlemisteljel CC' . Olgu kerakujulise kuuli raadius R , nende ringjoonte raadius r . Jooniselt 2.2 järeldub seos

$$r = R \sin \frac{\beta}{2}. \quad (2.15)$$



Joon. 2.2. Kuuli veeremine kaldrennis.

Libisemiseta veeremisel on v ja ω üheselt seotud:

$$v = \omega r. \quad (2.16)$$

Valemeid (2.15) ja (2.16) ning kera inertsimomendi avaldist $I_c = \frac{2}{5} m R^2$ kasutades saab kineetilise energia avaldist (2.14) teisendada:

$$W_k = \frac{1}{2} m v^2 \left(1 + \frac{2}{5 \sin^2 \frac{\beta}{2}} \right). \quad (2.17)$$

Pannes viimasesse valemisse kiiruse väärtuse kaldrenni alumise otsa juures v_B , saame arvutada mehhaanilise energia suhtelise vähenemise kaldrennis veeremisel:

$$\frac{\Delta W}{W} = \frac{mgh - W_{kB}}{mgh} = 1 - \frac{v_B^2}{2gh} \left(1 + \frac{2}{5 \sin^2 \frac{\beta}{2}} \right). \quad (2.18)$$

Et kaldrenni pikkust s on lihtsam mõõta kui selle kõrgust h , siis lõplikult saame:

$$\frac{\Delta W}{W} = 1 - \frac{v_B^2}{2gs \sin \varphi_0} \left(1 + \frac{2}{5 \sin^2 \frac{\beta}{2}} \right). \quad (2.19)$$

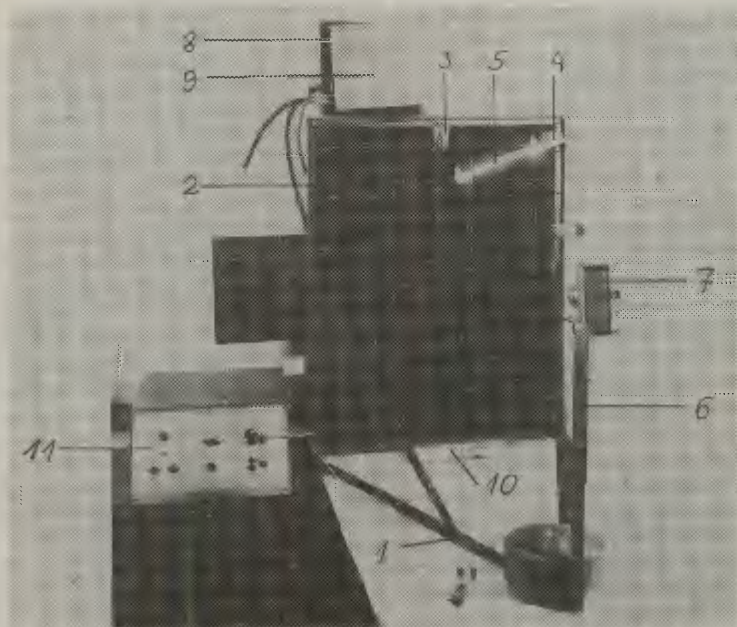
Kiirus v_B määratakse katsest (vt. p. 2.3.2).

Valemiga (2.19) määratud osa mehhaanilisest energiast kulub hõõrdejõu ületamiseks. Libisemiseta veeremisel teatavasti liugehõõrdejõud puudub, valemiga (2.16) väljenduva kooskõla kulg- ja pöördliikumise vahel põhjustab seisuhõõrdejõud, mis aga on konservatiivne. Energiakadu on põhjustatud veeremisel ilmnevast veerehõõrdejõust. Kuul tekitab aluses deformatsioonilohu, jääkdeformatsiooni tõttu on lohu liikumise suunas vaadates tagumine serv lamedam kui esimene, mistõttu toereaktsioonijõud pole suunatud risti kaldpinna, vaid on veidi kaldu ja ei läbi kuuli keskpunkti. Tekibki takistusjõud, mille liikumise suunalist komponenti võib vaadelda kui kulgliikumist takistavat veerehõõrdejõudu. Toereaktsioonijõu moment pöörlemistelje CC' suhtes (joon. 2.2) aeglustab pöörlemist veeremisel, nii et seos (2.16) jääb kehtima.

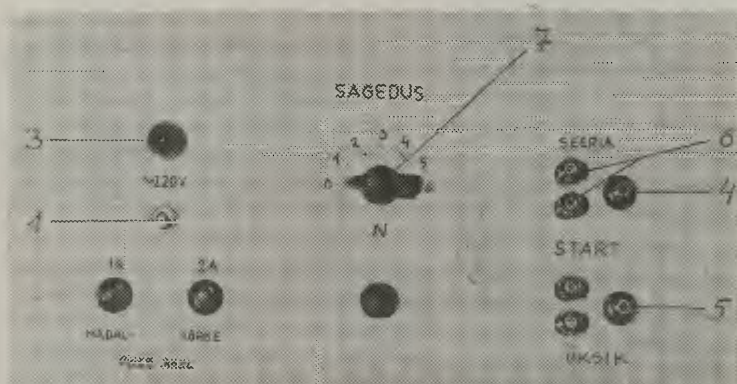
2.4. Katseseadme kirjeldus

Katseseade koosneb raamist 1 (joon. 2.3), ekraanist 2, mis on kinnitatud raami laienevale otsale, kuulikese algsendit fikseerivatest elektromagnetitest 3 ja 4, muudatava kaldega kaldrennist 5 ekraani ülemises osas, statiivist 6 fotoaparaadi 7 paigaldamiseks ja tugiplaadist 8 strobos-

koopilise valgusti 9 kinnitamiseks.



Joon. 2.3. Katseseade raskusväljas liikumise uurimiseks stroboskoopilisel meetodil.



Joon. 2.4. Stroboskoobi juhtblokk.

Ekraaniks on ühelt poolt mustaks värvitud pinnaga paberplastikplaat, millele on kantud valged horisontaal- ja vertikaaljooned, mis moodustavad ruudustiku küljepikkusega 10 cm (fooniskaala). Tsentraalsele vertikaaljoonele on kantud sentimeeterskaala. Ekraani alumise serva juurde on asetatud karp 10 liivaga, et vältida kuuli põrget laualt.

Perioodiliste valgusimpulsside saamiseks kasutatakse elektronstroboskoopi, mis koosneb valgustist 9 ja juhtblokidist 11. Stroboskoopi toidetakse 220-voldise pingega vahelduvvooluvõrgust. Aparaaadi võrku lülitamine toimub lüliti 1 abil (joon. 2.4). Sealjuures peab stroboskoobi madalpinge ahela korrasoleku korral vilkuma signaallamp 3. Esiplaadil paremal asuvad valgusti käivitusnupud "Seeria" (4) ja "Üksik" (5).

Stroboskoop annab stardinupule "Üksik" vajutamisel ühe valgusimpulsi. Selle valgusimpulsi tekkimine kinnitab, et aparaaadi kõrgpingeahel on korras. Samuti võib üksikuid valgusimpulsside kasutada stroboskoobi valgusti suunamiseks ekraani sobivasse piirkonda.

Stardinupule "Seeria" hetkelisel vajutamisel või klemmide 6 hetkelisel lühistamisel annab stroboskoop 24 valgusimpulssist koosneva seeria. Surunupu "Seeria" allavajutamisel või klemmide pikemaajalisel lühistamisel võib saada pikemaids seeriaid, mahuga 24 n impulssi, kus $n = 1, 2, 3$ jne. Stroboskoop võimaldab seitsme erineva sagedusega valgusimpulsside, sõltuvalt ümberlüliti "N" (7) asendist. Impulsside kordumise sagedus arvutatakse valemist

$$f = \frac{f_0}{2N} \text{ (Hz)},$$

kus $N = 0, 1, \dots, 6$, f_0 - võrgupinge sagedus.

Elektromagnetite 3 ja 4 (joon. 2.3) toitepinge saadakse stroboskoobis asuvast alaldist. Alaldi vooluahel katkestatakse automaatselt stroboskoobi käivitamise momendil ning sulgub pärast impulsside seeria lõppu. See asjaolu võimaldab kuuli vabastada üheaegselt stroboskoobi käivitamisega. Ühendades stroboskoobi käivitusklemmid (6) fotoaparaadi sünnkroonkontaktiga, saab kogu süsteemi vajaduse korral käivitada fotoaparaadi katiku avamisega.

Ekraani küljes olevad, siin kirjeldamata detailid on vajalikud teiste laboratoorsete tööde tegemiseks samal seadmel. Renni kaldenurga ϕ võimalikud väärtused, renni pikkus s ja fooniskaala ruudu külje pikkus a on antud seadme konstantidena.

2.5. Töö käik

2.5.1. Ripploodi abil kontrollime, kas fooniskaala püstjooned on vertikaalsed. Ühendame stroboskoobi võrgujuhtme seinakontakti ning lülitame aparadi lülitiga 1 (joon. 2.4) sisse. Järgnevalt veendume stroboskoobi korrasolekus ning kontrollime, kas stroboskoobi valgusti on suunatud nii, et kuuli lennutrajektor on valgustatud. Vajaduse korral saab valgusti asendit tugiplaadil 8 (joon. 2.3) muuta, vabastades plaadi taga oleva kinnituskruvi. Kinnitame fotoaparaadi statiivile 6, suuname ta nii, et kuuli trajektor (kaldu horisondiga langemisel ka kaldrenn) asuks pildiväljas. Teravustame aparadi fooniskaalale, säritusaja regulaatori seame asendisse B (aegvõtte). Diafragma ava sobiv suurus sõltub kasutatava filmi tundlikkusest, selle teatab laborant. Kati-ku avamiseks tuleb kasutada päästiktrossi, et vältida aparadi nihkumist ülesvõtte ajal. Kinnitame päästiktrossi aparadi külge. Vahetult pildistamise ajaks tuleb ruum pimen-
dada, et vähendada aegvõttel stroboskoobi valgusimpulsside vaheajal filmile langevat parasiitset foonivalgust.

Vertikaalselt langeva kuuli pildistamisel tuleb fotoaparaadi katik avada üheaegselt stroboskoobi käivitamisega (samal hetkel algab ka langemine!). Selleks võib üheaegselt vajutada päästiktrossile ja surunupule (joon. 2.4) (surunuppu 4 saab dubleerida, ühendades klemmid 6 juhtme küljes oleva nihutatava surunupplülitiga, mida saab viia fotoaparaadi lähedusse); võib aga ühendada klemmid 6 juhtme abil ka fotoaparaadi sünkroonkontaktiga (mõeldud välklambi käivitamiseks). Rennist veereva kuuli pildistamisel tuleb foonivalguse vähendamiseks avada katik alles siis, kui veerev kuul jõuab kaldrenni lõppu. Siin aparadi sünkroonkontakti kasutada ei saa. Valgusimpulsside sageduse valikul tuleb lähtuda maksimaalse informatsiooni saamise nõudest, mis an-

tud juhul tähendab kuuli mittekatuvate kujutiste maksimaalset võimalikku arvu filmil. Silmaga kuuli liikumist jälgides võib veenduda, et impulsside sagedus 50 Hz on meie tingimustes optimaalne. Kaldrennist veeremisel aga ei jätku siis ühest 24-lisest seeriast. Seepärast tuleb siin pildistamisel vajutada stroboskoobi käivitusnupp alla, avada katik kuuli jõudmisel renni lõppu, sulgeda see kuuli langemisel liivakarpi ja alles siis vabastada käivitusnupp. Kahe käe sellist koostööd tuleb enne pildistamist harjutada.

2.5.2. Fikseerime renni juhendaja poolt etteantud kaldenurgaga. Pildistame vertikaalset ja kaldu langemist kahe läbimõõdult erineva kuuli korral. Võimalike ebaõnnestumiste puhuks kordame kõiki katseid vähemalt kaks korda. Mõõdame võrgusageduse 50 numbrilise näiduga sagedusmõõturiga. Ilmutame filmi.

2.5.3. Punktis 2.1 loetletud tööülesannete täitmiseks on tarvis mõõta kuuli koordinaadid pildistamishetkedel p.2.3 kirjeldatud taustsüsteemides. Selleks leiame kuuli jälgede koordinaadid filmil, kasutades nimetatud taustsüsteemide projektsioone filmi tasandil, ja jagame need koordinaadid fotoobjektiivi vähendusteguriga K. Koordinaatide mõõtmiseks filmil kasutame kas kahes ristsihis nihutatava aluslauga mõõtemikroskoopi või spektrogrammide vaatlemise lauda. Võib aga projitseerida filmikaadrid fotosuurendi all paberile, märkides seal kuuli jälgede tsentrid ja fooniskaala ruutude tipud ning mõõtes siis koordinaadid paberil joonlauda ja nurklauda kasutades. Suurus K tähistab siinjuures fotoobjektiivi ja projektsiooniobjektiivi summaarset vähendustegurit.

Koordinaatide väärtused kanname protokolli tabelina.

2.5.4. Optiliste süsteemide moonutuste olemasolu tõttu võib vähendustegur pildivälja erinevates osades olla veidi erinev. Selle arvestamiseks määrame keskmise vähendusteguri. Mõõdame fooniskaala kujutisel vähemalt kahekümne ruudu külgede pikkused trajektoori kujutise vahetust lähedusest. Vertikaalselt langeva kuuli korral olgu need vertikaalsed küljed, kaldu langeva kuuli korral aga läbisegi vertikaalsed ja horisontaalsed. Ka need mõõtmistulemused vormistame tabe-

lina. Keskmise vähendustegur on siis saadud tulemuste aritmeetilise keskmise ja fooniskaala enda ruudu külje pikkuse (100 mm) jagatis. Vähendusteguri muutused kajastuvad nüüd selle teguri määramise juhusliku veana.

2.5.5. Mõõtmistulemusi võib töödelda kas graafiliselt või arvutil dialoogirežiimis. Esimesel juhul tuleb joonestada valemitega (2.5) ja (2.7) esitatud funktsioonide graafikud, kandes punktid graafikule koos piirvigadega. Veendunud, et graafikud on vigade piires sirged jooned, määrame nende tõusud. Saame raskuskiirenduse g kaks väärtust ja horisontaalkiiruse v_x ; viimase kaudu arvutame kuuli kiiruse moduli v_E rennist lahkumisel valemi (2.8) järgi. Tõestamaks, et kuuli trajektoor on parabool, ehitame funktsiooni (2.13) graafiku, mis peab katsevigade piires olema sirge. Valemist (2.19) arvutame suhtelise energiakao hõõrdumise ületamisel.

Katsepunktide piirvead on määratud ainult koordinaatide mõõtmise täpsusega ja keskmise vähendusteguri veaga; sagedusmõõtuuri suur täpsus võimaldab perioodi T viga ignoreerida.

Kui mõõtmisandmeid on otsustatud töödelda graafiliselt, siis tuleb andmetabelid nii koostada, et sinna mahuksid ka kõik funktsioonide (2.5), (2.7) ja (2.13) graafikute ehitamiseks vajalikud arvud (ζ_K , τ_K , ε_K väärtused, ζ_K ja ε_K väärtuste piirvead).

2.5.6. Arvutiga andmetöötluse korral tuleb arvuti küsimustele vastates sisestada kõik mõõtmistulemused ja seadme konstandid. Arvuti leiab läbi katsepunktide tõmmatavad sirged (funktsioonide (2.5) ja (2.7) lähendussirged) vähimruutude meetodil [1, p. 30.10, 39.3; 2, p. 9], väljastab mõõtmisandmete ja funktsioonide (2.5), (2.7) ning 2.13 graafikute ehitamiseks vajalike andmete tabelid ja iga katse jaoks raskuskiirenduse, rennist väljumise kiiruse ja suhtelise energiakao väärtused koos piirvigadega. Täiendame tabeleid vajalike piirvigade veergudega, ehitame funktsioonide (2.5), (2.7) ja (2.13) graafikud, teeme järeldused liikumise iseloomu ja trajektoori kuju kohta.

2.5.7. Kahe erineva kuuliga tehtud katsete tulemuste võrdlemisel teeme kindlaks, kas liikumist iseloomustavad

kinemaatilised (raskuskiirendus, kiirus rennist väljumisel) ja dünaamilised (energiakadu hõõrdumise ületamiseks) suurused sõltuvad liikuva keha (kuuli) mõõtmetest.

2.6. Lisaülesanded

2.6.1. Enne praktikumi

A. Kirjutada tasasel kaldpinnal veereva kera liikumise diferentsiaalvõrrandite süsteem. Selgitada, millistel tingimustel toimub veeremine libisemiseta.

B. Kas kuuli veeremist võib vaadelda pöördumisena ümber liikuva hetkelise pöörlemistelje? Milline on see telg?

C. Milline on kulg- ja pöördliikumise energiatega suhe homogeense silindri ja õhukese rõnga veeremisel?

D. Kas kuuli pöörlemine õhulennul mõjustab lennutrajektoori?

E. Kas valgusimpulsi lõplik pikkus mõjutab kuuli asendi määramise täpsust? Kui jah, siis kus on tekkiv viga suurem, trajektoori alguses või lõpus?

F. Arvutada, millisel kaugusel elektromagnetist vertikaalsel langemisel tekib kuuli esimene eelnevaga mittekatuv jälg impulsside 50 ja 25 Hz sageduse korral.

G. Miks on tulemuste töötlemisel otstarbekas kasutada valemeid (2.5) ja (2.7) valemite (2.2) ja (2.6) asemel?

H. Selgitada, kuidas määrata eksperimentaalsete punktide parvest läbi tõmmatud sirge tõusu ja algordinaadi juhuslikke piirvigu? (vt. [2], p. 9).

2.6.2. Pärast praktikumi

I. Kui vastusest p. 2.5.7 esitatud küsimustele selgub, et katsetulemuste järgi raskuskiirenduse väärtus ei sõltu kuuli mõõtmetest, siis selgitada, miks õhutakistus ei avaldu meie katsetes. Õhu takistusjõud peaks ju suuremale kuulile suurem olema!

J. Kui osutub, et energiakadu hõõrdumise ületamiseks sõltub kuuli mõõtmetest, siis selgitada selle nähtuse põhjusti.

2.7. Kirjandus

1. Tammet, H. Füüsika praktikum: Metroloogia. - Tln.: Valgus, 1971. - 240 lk.
2. Voolaid, H. Mõõtevigade hindamine füüsika praktikumis.- Tartu: TRÜ, 1983. - 55 lk.
3. Saveljev, I. Füüsika üldkursus. - Tln.: Valgus, 1978. - I. - Lk. 13-29, 105-108, 119-123.
4. Стрелков С.П. Механика. - М.: Наука, 1975. - С. 265-267.

3. KUULI KIIRUSE MÄÄRAMINE BALLISTILISEL MEETODIL

3.1. Sissejuhatus

Kiiresti liikuvate väikese massiga esemete (näit. püssikuul) kiiruse määramiseks saab kasutada ühe võimaliku meetodina ballistilist meetodit. Uuritaval kehal lastakse põrkuda teise suure massiga kehaga. See kujutab endast tavaliselt pendlit, s.o. pöörlemistelge omavat süsteemi, mis võib võnkuda selle telje ümber. Masside suurest erinevusest tingituna kehtib võrratus

$$\Delta t \ll T,$$

kus Δt on põrke kestus, s.o. aeg, mille jooksul uuritav keha mõjutab pendlit jõuga, T on pendli võnkeperiood. Sellise võrratuse kehtivus võimaldab pendli liikumist vaadelda kahes osas:

1) kui $t \leq \Delta t$, pole pendel veel oluliselt liikunud tasakaaluasendist, taastav jõud on tühiselt väike ja süsteemi pendel - uuritav keha võib vaadelda isoleerituna. Sellele süsteemile võib rakendada impulsi ja impulsimomendi jäävuse seadusi.

2) Kui $t > \Delta t$, on põrkejõudude mõju lakanud ja pendel liigub ainult taastava jõu ja takistusjõudude toimel - s.o. võngub vabalt. Siin võib süsteemile rakendada sumbuvõnkumise võrrandit, väikese sumbuvuse korral aga esimese lähendusena omavõnkumise võrrandit. Esimeses lähenduses võib kasutada ka mehhaanilise energia jäävuse seadust.

Antud töös on uuritavaks kehaks õhupüssi kuul. Õhupüssi vinnastamisel surutakse kokku vedru tihedalt silindris liikuva kolvi taga. Kuul asetatakse rauda tagantpoolt. Kui vabastada päästik, paneb vedru kolvi järsult liikuma; kolvi all tekib suur õhu ülerõhk, mis lükkab kuuli rauast välja.

Kuuli kiirus määratakse antud töös kaht erinevat pendlit kasutades.

3.2. Ballistiline pendel

3.2.1. Tööülesanne

Ballistilise mõõtmismeetodiga tutvumine ja kuuli lennukiiruse katseline määramine.

3.2.2. Töövahendid

Ballistiline pendel, õhupüss, kuulid, mõõtskaala, analüütiline kaal, tehniline kaal, vihid, metallmõõtjoonlaud, nihik.

3.2.3. Töö teooria ja seadme kirjeldus

Ballistiline pendel on pikkade ja kergete niitide otsa riputatud massiivne keha (käesolevas töös plastiliiniga osaliselt täidetud silinder). Pendlit tulistatakse horisontaalsihis. Kui kuul algkiirusega v_k ja massiga m tungib pendlisse massiga M , siis saab mitteelastsel põrkel tekkinud süsteem $M + m$ kiiruse v . Pendel pöörduv ning ta massikese tõuseb teatud kõrguse h võrra. Vastavalt sissehuhatuses öeldule võib süsteemile kuul - pendel rakendada skalaarse impulsimomendi jäävuse seadust pendli pöörlemistelje suhtes. Saame:

$$mv_k r = I \omega, \quad (3.1)$$

kus r on süsteemi massikeskme kaugus pöörlemisteljest, $I = (M + m) r^2$ - süsteemi inertsimoment pöörlemistelje suhtes, ω - süsteemi kõrvalkaldumise nurkkiirus põrke lõpul.

Võrrandi (3.1) teisendamisest järeldub

$$\begin{aligned} mv_k r &= (M + m) r^2 \frac{v}{r}, \\ mv_k &= (M + m) v. \end{aligned} \quad (3.2)$$

Seega näitab arutlus, et antud juhul on süsteemi kuul - pendel kohta kehtiv ka impulsi jäävuse seadus (3.2), kuigi süsteem ei ole isoleeritud. Kui aga I pole nii lihtsalt arvutatav, siis tuleb kasutada ikka impulsimomendi jäävuse seadust (3.1).

Kiiruse v võib leida järgmiselt. Pärast pöörget pöör-
dub pendel ümber horisontaaltelje, kusjuures pendli massi-
keske tõuseb kõrguse h võrra. Energia jäävuse seaduse ko-
haselt

$$\frac{M + m}{2} v^2 = (M + m) gh,$$

millest

$$v = \sqrt{2 gh}. \quad (3.3)$$

Kõrguse h saab arvutada, mõõtes pendli kõrvalekallet
piki horisontaali. Selleks on pendli külge, massikeskmest
allapoole kinnitatud vertikaalne viiserniit, mille taha
saab asetada horisontaalse mõõtskaala (joon. 3.1). Liikuva
süsteemi massikeskme kaugus pendli kinnituspunktist loetak-
se antuks ning ligikaudu võrdseks niidi pikkusega. Joonisest
3.1 järeldub, et

$$h = L - L \cos \alpha = 2 L \sin^2 \frac{\alpha}{2}, \quad (3.4)$$

kus α tähistab pendli kõrvalekalde nurka tasakaaluasendist.
 α saab määrata tingimusest

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{s}{R}, \quad (3.5)$$

kus s on viiserniidi nihe horisontaalsihis, $R = L + a$ -
nimetatud horisontaali kaugus pendli pöörlemisteljest.

Valemite (3.2), (3.3) ja (3.4) põhjal leitakse:

$$v_k = 2 \frac{M + m}{m} \sqrt{gL} \sin \frac{\alpha}{2}.$$

Lugedes

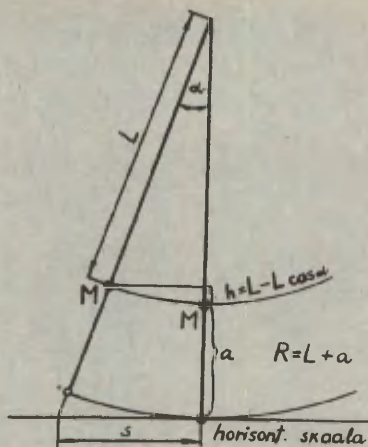
$$\operatorname{tg} \alpha \approx \sin \alpha \approx \alpha,$$

saadakse kuuli kiiruse arvutamiseks lõppvalem

$$v_k = \frac{(M+m)}{mR} s \sqrt{gL}. \quad (3.6)$$

Katseseadme konstantidena antakse ette silindri mass
 M' (ilma äravõetava, plastiliiniga täidetud osata) ja kin-
nitusniitide pikkus L (s.o. massikeskme kaugus pöörlemis-
teljest, s.o. niitide kinnitushorisontaalist).

Kinnitusniitide pikkused on piiratud ulatuses vastavate
kruvide abil reguleeritavad (silindri telje horisontaalseks



Joon. 3.1. Ballistiline pendel (skemaatiline joonis).
seadmiseks. Reguleerimisulatus on suuruse L etteandmisel
arvatud mõõtevea sisse.

3.2.4. Töö käik

3.2.4.1. Kuuli massi määramiseks kaalume kõik antud kuulid analüütilisel kaalul, jagame tulemuse kuulide arvuga. Üksiku kuuli massi hajuvuse arvame kaalumise juhuslikuks piirveaks. Selle määramiseks selgitame võrdlusmeetodil minimaalse ja maksimaalse massiga kuulid, mõõdame otseselt nende masside vahe. Pool sellest loemegi juhuslikuks veaks.

3.2.4.2. Reguleerime vajaduse korral vastavate kruvide abil silindri riputusniitide pikkusi, nii et silindri telg oleks horisontaalne ja viiserniit vertikaalne. Asetame viiseri juurde peegliga varustatud millimeeterskaala, nii et viiser oleks skaala ja peegli vahel. Skaala peab olema silindri teljega paralleelne. Mõõdame skaala kauguse a silindri teljest (massikeskmest), kasutades nihikut ja mõõtejoonlauda.

3.2.4.3. Tööohutuse eesmärgil pöörame läbipaistva orgaanilisest klaasist ekraani katseseadme ette. Laeme õhupüssi, sihime hoolikalt silindri keskpunkti (püssiraua ja silindri

teljed peavad võimalikult täpselt kokku langema). Püssiraua suu peab olema vähemalt 60 cm kaugusel pendlist (miks?).

3.2.4.4. Kui abiline (kaasüliõpilane, juhendaja, laborant) vabastab päästiku, registreerime viiserniidi nihke skaalal, vältides parallaktilist viga (kuidas?). Kordame katsed kõigi antud kuulidega.

3.2.4.5. Ohupüssi kuulid ei ole väga täpselt kalibritud, seetõttu võib nihete hajuvus olla küllalt suur. Seepärast arvutame ühe konkreetse kuuli jaoks selle kiiruse, hindame mõtteviga. Edasi leiame kõikide kuulide korral mõõdetud nihete keskmise, arvutame kuulide keskmise kiiruse kui Ohupüssi ja antud kuulipartii iseloomustussuuruse. Nihete hajuvuse järgi hindame kuuli kiiruse võimalikku juhuslikku erinevust keskmisest kiirusest, kasutades juhusliku mõttevea hindamise meetodeid.

3.2.5. Lisaülesanded

3.2.5.1. Enne praktikumi

A. Kas valemi (3.1) tähistate selgitamisel antud avaldis $I = (M + m) r^2$ süsteemi inertsimomendi jaoks on täpne või ligikaudne? Kui ligikaudne, siis milline oleks täpne valem?

B. Leida valem kuuli kiiruse arvutamiseks, kui ballistilise pendli esisein, kuhu kuul põrkub, ja kuul ise on absoluutselt elastsed (eeldusel, et $m \ll M$, s.t. kuul põrkub tagasi mooduli poolest praktiliselt muutumatu kiirusega). Kas pendli nihe oleks sel juhul suurem või väiksem kui meie katses?

C. Milleks on vajalik peegel viiseri nihke määramisel?

D. Esitada metoodika kauguse a (joon. 3.1) mõõtmiseks.

3.3. Ballistiline pöördpendel

3.3.1. Tööülesanne

Ballistilise mõõtmismeetodiga tutvumine ja lennukiiruse katseline määramine.

3.3.2. Töövahendid

Ballistiline pöördpendel, valgusti, mõõtskaala, õhu-

püss, kuulid, stopper, mõõtjoonlaud, analüütiline kaal, vihid.

3.3.3. Teooria

Kuul, tabades pendlit (vt. riista kirjeldus), paneb viimase pöörduma ümber oma vertikaaltelje. Jättes kõrvale hõõrdejõudude momendi, võib kasutada jäävuse seadusi (vt. sisesejuhatust). Pidades pörget täiesti mitteelastseks, võib impulsimomendi jäävuse seaduse alusel kirjutada (enne pörget ja vahetult pärast pörkimisel tekkivate jõudude mõju lakkamist, s.o. aja Δt möödumisel pörke algusest):

$$mvL = (I_1 + mL^2) \omega, \quad (3.7)$$

kus m on kuuli mass, v - kuuli kiirus, L - kaugus pöörlemisteljest pörkekohani, ω - pendli nurkkiirus, I_1 - pendli inertsimoment pöörlemistelje suhtes.

Mehhaanilise energia jäävuse seadusest (pärast pörget) järeldeb:

$$\frac{1}{2} (I_1 + mL^2) \omega^2 = \frac{1}{2} D\varphi^2, \quad (3.8)$$

kus φ on pendli maksimaalne pöördenurk esimesel võnkel, D - elastsusjõudude momendi konstant (direktsioonimoment).

Neist võrrandest saab leida kuuli kiiruse v :

$$v^2 = \frac{D\varphi^2}{m^2 L^2} (I_1 + mL^2). \quad (3.9)$$

Et kuuli inertsimoment mL^2 on palju kordi väiksem kui I_1 , siis võrrand (3.9) avaldub ligikaudu:

$$v^2 = \frac{D\varphi^2 \cdot I_1}{m^2 L^2}. \quad (3.10)$$

Ballistilise pendli liikumise diferentsiaalvõrrand pärast pörke lõppu, s.t. kui aeg $t > \Delta t$ avaldub hõõrdejõudude ignoreerimise korral:

$$I_1 \cdot \ddot{\alpha} = -D\alpha,$$

kus α on pendli pöördenurk, $\ddot{\alpha}$ - nurkkiirendus.

Teisendanud selle diferentsiaalvõrrandi kujule

$$\ddot{\alpha} + \frac{D}{I_1} \alpha = 0, \quad (3.11)$$

näeme, et pendel võngub harmooniliselt. Võnkeperioodi jaoks saame valemi

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{I_1}{D}}. \quad (3.12)$$

Suurused D ja I_1 on raskesti mõõdetavad, nad tuleb valemist elimineerida. Selleks muudetakse pendli inertsimomenti, siis võnkeperiood avaldub:

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{I_2}{D}}. \quad (3.13)$$

Defineeritakse vahe:

$$I_1 - I_2 = \Delta I. \quad (3.14)$$

Võrdustest (3.12) ja (3.13) tuleb:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{T_1^2}{T_2^2}, \quad (3.15)$$

võrdustest (3.14) ja (3.15):

$$I_1 = \frac{T_1^2}{T_1^2 - T_2^2} \cdot \Delta I. \quad (3.16)$$

Asendanud kiiruse valemis (3.10) D valemist (3.12) ja seejärel I_1 valemist (3.16), saadakse

$$v = \frac{2\pi\ell}{mL} \cdot \frac{T_1}{T_1^2 - T_2^2} \cdot \Delta I. \quad (3.17)$$

Inertsimomenti muudetakse lisakehade (5 ja 11, joon.3.2) nihutamisega. Steineri teoreemi abil võib avaldada pendli inertsimomendi:

$$I_1 = I_0 + 2MR_1^2 \quad (3.18)$$

ja

$$I_2 = I_0 + 2MR_2^2, \quad (3.19)$$

kus I_0 on pendli inertsimoment juhul, kui mõlema lisakeha massikeskmed asuksid pöörlemisteljel, I_1 ja I_2 - inertsimomendi väärtused juhul, kui mõlema lisakeha massikeskmed

asuvad kaugusel vastavalt R_1 ja R_2 pöörlemisteljest, M - ühe lisakeha mass.

Võrranditest (3.18) ja (3.19) saame

$$I_1 - I_2 = \Delta I = 2 M (R_1^2 - R_2^2). \quad (3.20)$$

Asetanud viimase avaldise võrdusse (3.17), saadakse lõppvalem kiiruse arvutamiseks:

$$v = \frac{4\pi^2 M}{mL} \cdot \frac{T_1}{T_1^2 - T_2^2} \cdot (R_1^2 - R_2^2). \quad (3.21)$$

3.3.4. Riista kirjeldus

Katseseadme põhiosadeks on torsioonpendel, õhupüss ja valgusti koos skaalaga.

Pendel (joon. 3.2) koosneb vertikaalsele vardale 3 muhvi 7 abil kinnitatud kahest rõhtvardast 4 ja 10. Rõhtvarrastel on massiivsed metallsilindrid 5 ja 11, mille nihutamise-ga saab muuta pendli inertsimomenti.

Kummagi rõhtvarda otsas on plastiliiniga täidetud kausike 6 ja 12, mis on samuti mööda vardaid nihutatavad. Plastiliin tagab kuuli pörke mitteelastsuse.

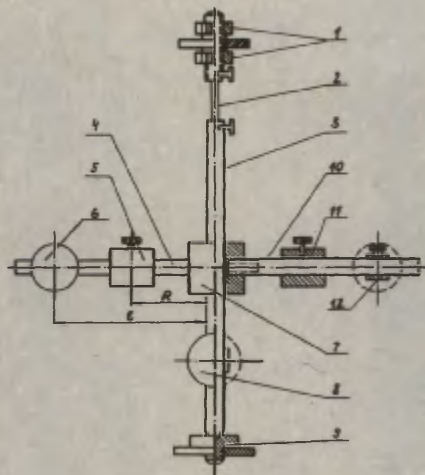
Pendli pöördenurga mõõtmiseks on püstvardale 3 kinnitatud peegel 8. Eri statiiivil asuvast valgustist lähtuv valguskiir peegeldub peeglilt ja tekitab valgustiga samal statiiivil asuval skaalal valguslaigu. Pendli pöördudes libiseb valguslaik mööda skaalat.

Pöördenurk φ määratakse valemist

$$\varphi = \frac{1}{2} \cdot \arctan \frac{s}{l}, \quad (3.22)$$

kus l on kaugus peeglist kuni skaalani (mööda ristsirget); s - laigu nihke suurus skaalal.

Pendel on traadi 2 abil kinnitatud kronsteinile, püstvarda alumine ots toetub kärnlaagrisse 9. Varda pöördumisel traat deformeerub ja tekib pööret tasakaalustav elastsete jõudude moment. Vabastanud kinnitusmutri 1, saab pendlit pöörata ümber vertikaaltelje ja seada ta vajalikku asendisse.



Joon. 3.2. Pendel.

Pneumaatiline püss (õhupüss) on kinnitatud massiivsele jalale.

Valgusti lampi köetakse valgustusvõrgust läbi pinget maldava trafo. Lambi hõõgniidi kujutise suunamiseks mõõtskaalale on lambi korpus nihutatav vertikaalsihis ja pööratav ümber vertikaal- ja horisontaaltelgede. Hõõgniidi kujutise fokuseerimiseks on lambi ees asuv kondensorlääts nihutatav.

Seadme konstandina antakse lisakehade mass M .

3.3.5. Töö käik

3.3.5.1. Kontrollime, kas pendli riputustraat 2 (joon. 3.2) on vertikaalne ja parajasti pingul (püstvarras toetub ainult väga kergelt kärnlaagrisse). Vajadusel reguleerime pendli riputuskõrgust mutrite 1 abil. Vabastanud ülemise mutri, pöörame pendlit, nii et rõhtvardad oleksid paralleelsed seinaga, kinnitame mutri tugevasti.

3.3.5.2. Seame mõõtskaala umbes 40 cm kaugusel pendlist paralleelseks pendli rõhtvarrastega, reguleerime valguslaidu skaala keskele, nii et kiire horisontaalprojektsioon oleks võimalikult täpselt risti skaalaga. Fokuseerime lambi hõõg-

niidi kujutise (kujutise ääred skaalal peavad olema teravad).

3.3.5.3. Kaalume kuulid, nagu kirjeldatud p. 3.2.4.1.

3.3.5.4. Valime plastiliinikausside kauguse L ja lisakehade kauguse R pöörlemisteljest vastavalt lisaülesannete C lahendusele. Seame need kaugused mõõtjoonlaua abil mõlemal pool püstvarrast mõõtmistäpsuse piires võrdseks, kinnitame kehad tugevasti. Laeme püssi, sihime korralikult kausi keskele. Püssiraua suu peab olema vähemalt 60 cm kaugusel kausist, orgaanilisest klaasist kaitseekraan peab olema katseseadme ette pööratud.

3.3.5.5. Kui abiline (juhendaja, kaasüliõpilane, laborant) vabastab päästiku, registreerime valguslaigu nihke s skaalal maksimaalse võimaliku täpsusega. Kordame katset kõigi kuulidega.

3.3.5.6. Määrame võnkeperioodid T_1 ja T_2 (lisakehade kauguse R_1 ja R_2 korral). Selleks paneme pendli püstvarrda kärnlaagri juurest sõrmedega pöörates võnkuma, mõõdame N võnke aja, arvutame perioodi. Võngete arvu N juhendaja kas ütleb ise või laseb määrata lisaülesannete E lahendamisega.

3.3.5.7. Andmed töötleme nii, nagu kirjeldatud p. 3.2.4.5.

3.3.5.8. Võrratuse $\Delta t \ll T$ kehtivuse hindamiseks määrame Δt ligikaudu. Selleks mõõdame kuuli sissetungi sügavuse d plastiliinisse, arvutame plastiliinis liikumise keskmise kiiruse $\bar{v} = \frac{v}{2}$ ja pörkeaja $\Delta t \approx d/\bar{v}$.

3.3.6. Lisaülesanded

3.3.6.1. Enne praktikumi

A. Kiiruse arvutusvalemi (3.21) tuletuskäiku analüüsisdes teha kindlaks, kas pöördenurk φ tuleb mõõta lisakehade kaugusel R_1 või R_2 või on see päris ükskõik.

B. Oletame, et plastiliinikiht oli õhuke, kuul tungis kausi põhjani, pörkus tagasi, kuid ei väljunud enam plastiliinikihist. Kas muutub sellest katse tulemus?

C. Kuidas valida kaugused L , R_1 ja R_2 , lähtudes

lõpptulemuse piirvea miinimumi nõudest? Arvestada, et joonlaua või nihikuga mõõtmisel tulemuse absoluutne viga ei sõltu mõõdetava lõigu pikkusest, R_1 ja R_2 kuuluvad valemisse (3.21) ruutude vahe kujul.

D. Kust on pärit tegur $1/2$ pöördenurga valemis (3.22)?

3.3.6.2. Praktikumi ajal

E. Lähtudes nõudest, et perioode sisaldava teguri $\frac{T_1}{T_1^2 - T_2^2}$ poolt põhjustatud osa kuuli kiiruse piirveas ei tohi ületada kõikide teiste tegurite poolt põhjustatud osa, leida perioodide määramisel vajalik täisvõngete arv N (vt. p. 3.3.5.6). Selleks tuleb pärast pöördenurga φ mõõtmist teha eelkatse, määrata ligikaudu perioodi T_1 ja T_2 , hinnata kõikidest teguritest valemis (3.21) põhjustatud suhtelisi piirvigu, tuletada valem perioode sisaldava teguri suhtelise piirvea jaoks. Lugeses $\Delta T_1 = \Delta T_2 = \Delta T$, arvutada eeltoodud tingimustest ΔT . Teades kasutatava stopperi lubatud põhiviga $\Delta^0 t$ ja mõõtja või automaadi (kui on kasutada automaatne ajamõõteseade) reaktsioonist tingitud vea hinnangut $\Delta^r t$, arvutame $N \approx (\Delta^0 t + \Delta^r t) / \Delta T$.

3.4. Kirjandus

1. Tammet, H. Füüsika praktikum: Metroloogia. - Tln.: Valgus, 1971. - 240 lk.
2. Voolaid, H. Mõõtevigade hindamine füüsika praktikumis. - Tartu: TRÜ, 1983. - 55 lk.
3. Saveljev, I. Füüsika üldkursus. - Tln.: Valgus, 1978. - I. - Lk. 53-57, 66-73, 168-173.
4. Физический практикум: Механика и молекулярная физика / Под ред. В.И.Ивероновой. - М.: Наука, 1967. - С.129-136.

4. KUULI KIIRUSE MÄÄRAMINE PÖÖRLEVATE KETASTE MEETODIL

4.1. Tööülesanne

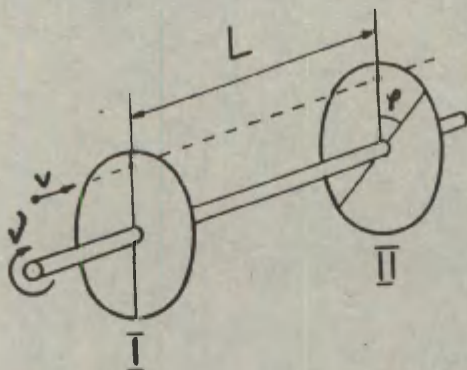
Kuuli lennukiiruse määramine ja tutvumine strobotahhomeetri tööga.

4.2. Töövahendid

Katseseade pöörlevate ketastega, strobotahhomeeter, õhupüss, kuulid, mõõtjoonlaud, nurgamõõtur.

4.3. Töö teooria ja katseseadme kirjeldus

Käesolevas töös kasutatav katseseade kuuli kiiruse määramiseks koosneb kahest paberist kettast I ja II (joon.4.1), mis on kinnitatud ühisele völliile kaugusele L teineteisest. Völli paneb pöörlema elektrimootor.



Joon. 4.1. Pöörlevate ketastega katseseade (skemaatiline joonis).

Kuul, liikudes paralleelselt ketaste pöörlemisteljega, läbib mõlemaid kettaid. Sel ajal kui kuul liigub ketaste vahel, jõuavad nad pöörduda mingi nurga φ võrra. Mõõt-

nud nurga φ , ketaste pöörlemissageduse ν ja ketastevahelise kauguse L , saame määrata kuuli kiiruse v (vt. lisäülesanne A). Võlli pöörlemissageduse määramiseks kasutatakse käesolevas töös stroboskoopilist meetodit.

Stroboskoopiline meetod sageduse mõõtmiseks seisneb pöörleva või võnkuva keha valgustamises lühiajaliste perioodiliselt korduvate valgusimpulssidega. Kui impulsside kordumise sagedus on võrdne pöörlemis- või võnkumissagedusega, tekib vaatlejal mulje, et keha püsib paigal (nn. stroboskoopiline efekt). Nähtus on seletatav inimese nägemise inertsiga, s.t. nägemisaistingu tekkimiseks ja kadumiseks on vajalik mingi ajavahemik. Kiiresti pöörleva keha detaile ei suuda silm fikseerida, kuid detailide lühiajalisel valgustamisel iga pöörde ajal ühes ja samas asendis tekib vaatlejal nägemisaisting.

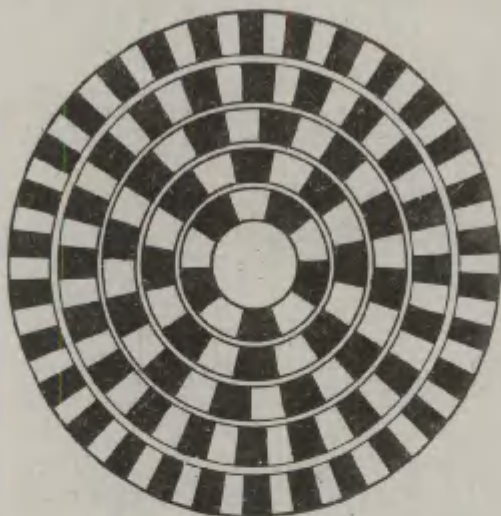
Töös kasutatakse strobotahomeeter koosneb stroboskoopilisest kettast, mis on kinnitatud pöörlevale võllile, ja impulsslambist koos toiteseadmega.

Impulsslambi toiteseadme annab ette valgusimpulsside kordumissageduse ν_v . Lubatud põhiviga on 0,5 % näidust. Temperatuurist sõltuv lubatud lisaviga on 0,2 % näidust iga 10 K erinevuse kohta normaaltemperatuurist (20 °C). Stroboskoopiline ketas on kujutatud joonisel 4.2. Kettal on 5 rõngast, mis on jagatud vastavalt 5, 8, 12, 20 ja 30 mustaks ja valgeks tsooniks. Kui ketta valgustamisel vilkuva valgusega näivad paigalpäisivaina kõik mustad ja valged tsoonid, on valgusimpulsside sagedus võrdne ketta pöörlemissagedusega või sellest täisarv korda väiksem. Kui paigal püsivad ainult ühe rõnga tsoonid, siis erineb ketta pöörlemissagedus impulsside kordumissagedusest teatud arv võrra (vt. lisäülesanne C).

Kirjeldatavat meetodit kiiresti liikuva keha kiiruse määramiseks kasutatakse mujalgi, näiteks molekulide kiiruse määramisel molekulaarkimpudes.

4.4. Töö käik

4.4.1. Kinnitame võllile paberist kettad. Selleks keeme lahti võlli otsas asuva kinnitusmutri ja eemaldame



Joon. 4.2. Stroboskoopiline ketas.

võlli mootori võlli küljest, tõmmates seda horisontaalsi-
his. Eemaldame võllilt paberketaste hoidjad, kinnitame mul-
gustatud paberkettagid hoidjatesse. Libisemise vältimiseks
on hoidjates kummiseibid. Et paberketaste avad ei ole väga
täpsed, märgime pärast kinnitamist pliiatsiga (hästi tume-
dalt!) hoidja põskketaste ääre asukoha. See võimaldab hil-
jem kettagid täpselt üksteise peale asetada. Võlli mootori-
ga tagasi ühendades sobitame selle võlli ja mootori võlli
sooned kohakuti, nii et muhvi küljes olev kiil läheks mõ-
lemasse soonde. Kinnitame ketaste hoidjad tugevasti võlli-
le (vt. lisaülesanne B), mõõdame ketastevahelise kauguse.

4.4.2. Sihime püssi nii, et kuul ei tabaks seadme me-
tallosi ja liiguks võimalikult täpselt paralleelselt ke-
taste pöörlemisteljega. Seade peab olema lauale asetatud
nii, et kuul tabaks seinale asetatud polstrit, millesse ta
jääb kinni. Tulistame läbi seisvate ketaste, märgime ära
mulgud mõlemas kettas mingi leppemärgiga. Nende mulkude
järgi saab kettagid hiljem üksteise peale asetades taasta-
da nende suhtelise algasendi.

4.4.3. Lülitame sisse stroboskoobi toiteploki ja pärast viie minutit soojendusega ka impulsslambi. Suunake impulsslambi valguse võimalikult lähedalt stroboskoopilisele kettale.

4.4.4. Lülitame mootori toitejuhtme valgustusvõrku. Mootori käivitamisel tuleb lühiajaliselt vajutada käivitumähist lülitavale surunupule. Ettevaatust! Kiiresti pöörlevate paberketaste servad on väga teravad! Määrake vööli pöörlemissageduse ja sooritake lasu. Lülitame mootori välja ja ketaste peatumisel märgime leppemärkidega mulgud mõlemas kettas. Nii teeme kõikide kuulidega.

4.4.5. Eemaldame kettad hoidjatest. Hoides neid vastu valgust viime kettad kattumisele nii, et seisvatest ketastest läbi tulistatud kuuli tekitatud mulgud oleksid kohakuti ja samuti kattuksid töö algul hoidjate põskede järgi märgitud ringjooned. Kannake ühelt kettalt teisele üle kõigi mulkude asukohad koos leppemärkidega. Liimime selle teise ketta alla paberi, märgime sellel pöörlemistelje asukohta (vt. lisaülesanne D), joonestame kõigi mulkudeni suunduvad radiaalkiired. Mõõdame nurgamõõturiga ketaste pöördenurga kõikide kuulide korral.

4.4.6. Arvutame ühe kuuli kiiruse, selle kiiruse mõõtevea hinnangu arvutame otseselt mõõdetud suuruste mõõtevea hinnangute kaudu. Ketaste pöördenurkade φ hulk võimaldab meil arvutada kuulide keskmise kiiruse kui õhupüssi ja antud kuulipartii iseloomustussuuruse. Pöördenurga väärtuste hajuvuse järgi hindame kuuli kiiruse maksimaalselt võimalikku juhuslikku erinevust keskmisest kiirusest, kasutades juhusliku mõõtevea hindamise meetodeid.

4.5. Lisaülesanded

4.5.1. Enne praktikumi

A. Tuletada valem kuuli kiiruse v määramiseks, kui on teada ketastevaheline kaugus L , ketaste pöörlemissagedus ν ja nurk φ , mille võrra kettad pöörduvad ajaga, mil kuul läbib vahemaa L .

B. Kirjutada valem kuuli kiiruse piirvea arvutamiseks (eelmise ülesande lahendamisel tuletatud valemi alusel).

Analüüsidest suuruste L , ν ja φ mõõtevigate ise-loomu (kas ja kuidas sõltub viga mõõdetava suuruse väärtu- sest) otsustada, kas mõõtmistäpsuse seisukohalt on kasulik valida L ja ν võimalikult suured või võimalikult väike- sed väärtused.

C. Kui stroboskoopilisel kettal näib paigal püsivat üks rõngas, millel on n musta ja n valget tsooni, siis on võimalik, et valgusimpulsside perioodi $T_v = \nu_v^{-1}$ jook- sul on ketas pöördunud kas ühe, kahe jne., üldiselt i tsoo- ni võrra. Seega saab pöörlemissageduse ν arvutada vale- mist

$$\nu = \frac{i}{n} \nu_v.$$

Kuidas teha kindlaks, kui mitme tsooni võrra on ketas pöör- dunud, kui n tsooniga rõngas näib paigal olevat (s.t. kui suur on arv i)?

D. Kuidas määrata hoidjast väljavõetud kettal pöörlemis- telje asukoht (kasutades põskketta järgi märgitud ringjoont)?

4.6. Kirjandus

1. Tammet, H. Füüsika praktikum: Metroloogia. - Tln.: Val- gus, 1971. - 240 lk.
2. Voolaid, H. Mõõtevigate hindamine füüsika praktikumis. - Tartu: TRÜ, 1983. - 55 lk.
3. Поль Р.В. Механика, акустика и учение о теплоте. - М.: Наука, 1971. - С. 22-23, 25-27.

5. ELASTSETE KEHADE TAASTUMISTEGURI JA PÕRKEAJA MÄÄRAMINE

5.1. Tööülesanne

Taastumisteguri ja põrkeaja määramine elastsest materjalist kerade tsentraalsel otsepõrkel.

5.2. Töövahendid

Kerade põrke uurimise stend, ballistiline galvanomeeter, stend kondensaatori, takisti, kahe ümberlüüti ja galvaanilemendiga, alaldi, juhtmed.

5.3. Töö teooria

Reaalsete tahkete kehade põrkeprotsessi võib jaotada kaheks osaks - lähenemis- ja eraldumisfaasiks, mida eraldab suhtelise paigalseisu hetk. Lähenemisfaasis muundub põrkuvate kehade suhtelise liikumise kineetiline energia (s.o. ühe keha kineetiline energia teise kehaga seotud taastsüsteemis) elastse deformatsiooni potentsiaalseks energiaks, eemaldumisfaasis toimub vastupidine energia muundumine. Viimast protsessi nimetatakse kineetilise energia taastumiseks. Et aga mõlemas faasis on paratamatu energiakadu jääkdeformatsioonide tekitamiseks ja materjali sisehõõrdumise ületamisel tekkivale soojusele, siis ei taastu kineetiline energia kunagi täielikult (erandiks on idealiseeritud piirjuht - absoluutselt elastne põrge). Mehhaanilise energia kadu põrkel iseloomustatakse taastumisteguriga k :

$$k = \frac{|v_{1n} - v_{2n}|}{|v_{10n} - v_{20n}|} \quad (5.1)$$

Siin v_{10n} , v_{1n} on esimese keha, v_{20n} , v_{2n} aga teise keha kiiruste projektsioonid põrkesirgele vastavalt enne ja pärast põrget. Vahed valemi (5.1) lugejas ja nimetajas tähis-

tavad kehade suhtelise kiiruse projektsioone pörkesirgele pärast ja enne pörget.

Taastumisteguri väärtus on määratud pörkuvate kehade materjali omadustega. Selle suuruse katselisel määramisel on otstarbekas kasutada tsentraalset otsepörget, sest siis kiiruste projektsioonid pörkesirgele langevad absoluutväärtuselt kokku nende moodulitega. Kahe kera tsentraalset otsepörget saab realiseerida järgmiselt.

Rippugu kaks ühesuguse massiga ja samast materjalist kera võrdse pikkusega niitide otsas, nii et nad parajasti teineteist puudutavad (niitide kinnituspunktide vahemaa võrdub kerade läbimõõduga). Kui nüüd mõlemad sellised pendlid samas tasandis võrdse nurga võrra kõrvale kallutada ja üheaegselt lahti lasta, toimubki kerade tsentraalne otsepörge, kusjuures kerade kiirused pörkeprotsessis mistahes hetkel on moodulilt võrdsed, suunalt vastupidised. Valemi (5.1) võib nüüd kirjutada:

$$k = \frac{|v - (-v)|}{|v_0 - (-v_0)|} = \frac{v}{v_0}, \quad (5.2)$$

kus v_0 ja v on kerade kiiruse moodul vahetult enne ja pärast pörget.

Kirjeldataud katseseadmes eemalduvad kerad pärast pörget teineteisest, tõusevad teatud kõrgusele ja pörkuvad siis uuesti. Energiakadude tõttu väheneb tõusu kõrgus pärast igat järjekordset pörget, n järjestikuse pörke kohta võib (5.2) alusel kirjutada n võrrandit:

$$\left. \begin{aligned} v_1 &= k v_{10}, \\ v_2 &= k v_{20}, \\ \hline v_i &= k v_{i0}, \\ \hline v_n &= k v_{n0}. \end{aligned} \right\} \quad (5.3)$$

Siin v_{i0} ja v_i kn kerade kiiruse moodul vastavalt enne ja pärast i-ndat pörget.

Kui hõõrdumist kerade liikumisel kahe pörke vahel mitte arvestada, siis

$$\left. \begin{aligned} v_1 &= v_{20}, \\ v_2 &= v_{30}, \\ \dots \dots \dots \\ v_i &= v_{(i+1)0}, \\ \dots \dots \dots \\ v_{n-1} &= v_{n0} \end{aligned} \right\} \quad (5.4)$$

ja võrrandsüsteemist (5.3) saame:

$$k^n = \frac{v_n}{v_{10}}. \quad (5.5)$$

Viimases valemis saab kiiruste suhte avaldada kerade poolt läbitud kaarepikkuste suhte kaudu. Kaarepikkused on katses otseselt mõõdetavad.

Kujutagu joonis 5.1 ühe meie pendli amplituudasendit pärast järjekordset pörget. Massikese on tõusnud h võrra, võrreldes tasakaaluasendiga. Tasakaaluasendisse (pörkekoh- ta) jõudmisel on kera kiirus arvutatav valemist

$$v = \sqrt{2gh}, \quad (5.6)$$

kus g on raskuskiirendus. Kõrgus h on arvutatav kinni- tusniidi pikkuse L ja kaldenurga α kaudu:

$$h = L - L \cos \alpha = 2L \sin^2 \frac{\alpha}{2}. \quad (5.7)$$

Et $\alpha = \frac{s}{L}$, siis kui $2L \gg s$, saab (5.7) lihtsustada:

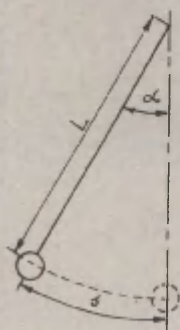
$$h \approx \frac{s^2}{2L}. \quad (5.8)$$

Valemitest (5.5), (5.6) ja (5.8) saadakse:

$$k = \left(\frac{s_n}{s_1} \right)^{1/n}, \quad (5.9)$$

kus s_1 on kerade poolt enne esi- mest pörget läbitud kaare pikkus, s_n - maksimaalne hälve pärast n pörget.

Valem (5.9) ei arvesta energia- kadu hõõrdumise ületamiseks liiku-



Joon.5.1. Üks pörkuva- test keradest amplituud- asendis.

misel põrgete vaheajal. Sellest tingitud metoodilise vea saab kõrvaldada järgmiselt. Ühele kerale antakse sama alghälve s_1 , lastakse ta vabalt võnkuma ja mõõdetakse võnkeamplituud s'_n pärast sama arvu n täisvõnke sooritamist. Võnkeamplituudi vähenemine

$$\Delta l = s_1 - s'_n \quad (5.10)$$

on tingitud hõõrdumisest ligikaudu poole pikemal teel, kui kera läbib n põrke korral. Järelikult saab küllalt täpselt arvutada amplituudi pärast n põrget hõõrdumise puudumisel:

$$s_n = s_1 + \frac{1}{2} \Delta l = s_1 + \frac{1}{2} (s_1 - s'_n), \quad (5.11)$$

ja täpsustatud valem taastumisteguri jaoks võtab kuju:

$$k = \left[\frac{s_1 + \frac{1}{2} (s_1 - s'_n)}{s_1} \right]^{1/n} \quad (5.12)$$

Aega, mille jooksul põrkuvad tahked kehad on kontaktis üksteisega, nimetatakse põrkeajaks. Põrkeae Δt sõltub kehade massidest, mõõtmetest, materjali elastsetest omadustest ja suhtelisest kiirusest põrkemomendil. Sõltuvuse iseloom on küllalt keerukas, Δt suureneb masside suurenedes, elastsusmooduli, kehade mõõtmete ja suhtelise kiiruse vähenedes. Kahe kera tsentraalsel otsepõrkel räiteks osutub Δt ligikaudu pöördvõrdeliseks viienda juurega suhtelisest kiirusest põrkemomendil.

Maapealsete mõõtmetega elastsete kehade põrkeajad on väikesed - millisekundi suurusjärgus. Selliste aegade mõõtmiseks on sobiv kasutada elektrilist meetodit. Kui põrkuvad elektrit juhtivast materjalist kehad ühendada üle takisti laetud kondensaatori katetega, siis põrkeaja jooksul väheneb kondensaatori laeng ja ka pinge. Mõõtnud kondensaatori laengu või pinge enne ja pärast põrget, on võimalik arvutada põrkeae.

Olgu kondensaator mahtuvusega C laetud pingeni U_0 ja tema katted ühendatakse hetkel $t_0 = 0$ üle takisti R . Elektiriõpetuses näidatakse, et siis kondensaatori pinge väheneb aja jooksul valem

$$U = U_0 e^{-\frac{t}{RC}} \quad (5.13)$$

järgi. Põrke lõpumomendil $t_1 = t_0 + \Delta t = \Delta t$ on pinge $U = U_1$. Saame arvutada põrkeaja:

$$\Delta t = RC \ln \frac{U_0}{U_1}. \quad (5.14)$$

Kondensaatori hetkpinget ei saa mõõta tavalise voltmeetriga, sest seda läbiv vool tühjendab kondensaatorit. Kondensaatori pinge U avaldub tema laengu q kaudu:

$$U = \frac{q}{C}. \quad (5.15)$$

Laengut on aga võimalik mõõta ballistilise galvanomeetriga. See on tundlik magnetelektroiline (tavaliselt valgusosutiga ehk peegel-) galvanomeeter, mille pöörduva mõõtesüsteemi inertsimomendi suurendamisega saavutatakse selle suur võnkeperiood (suurusjärgus 10 s). See annab galvanomeetritele integreerivad omadused: lühiajaline vooluimpulss paneb mõõtesüsteemi võnkuma, kusjuures esimese võnke amplituud on võrdeline galvanomeetrit vooluimpulsi kestel läbinud laenguga. Kui pingeni U_0 laetud kondensaator tühjendada läbi ballistilise galvanomeetri, registreerides esimese hälbe n_0 , siis laadida uuesti sama pingeni, lasta osaliselt tühjeneda läbi pörkuvate kerade ja siis uuesti tühjendada läbi galvanomeetri (hälve n_1), siis vastavad laengud q_0 ja q_1 avalduvad:

$$\begin{aligned} q_0 &= \beta n_0, \\ q &= \beta n_1, \end{aligned} \quad (5.16)$$

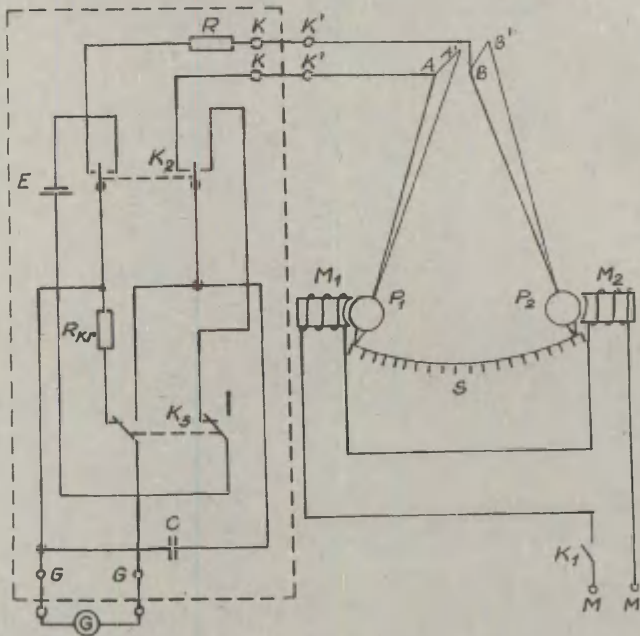
kus β on võrdetegur. Valemite (5.15) ja (5.16) abil saab nüüd põrkeaja valemile (5.14) anda arvutusteks sobiva kuju:

$$\Delta t = RC \ln \frac{n_0}{n_1}. \quad (5.17)$$

Takistus R ja mahtuvus C on antud seadme konstantidena.

5.4. Katseseadme kirjeldus

Katseseade on skemaatilisel kujutatud joonisel 5.2. Teraskerad (pendlikehad) P_1 ja P_2 on võnketasandi fikseerimiseks üles riputatud kumbki kahe terastraadi abil. Traatide kinnituspunktide A ja A' ning B ja B' poolt määratud paralleelsete sirgete vahemaa võrdub kerade läbimõõduga. Kerasid hoitakse kallutatud asendis kahe järjestikku ühendatud elektromagnetiga M_1 ja M_2 , mida toidetakse klemmidele M ühendatavast alaldist. Kerade alghälvete võrdsustamiseks on magnetite vooluring, siis kerad vabanevad ja hakkavad pörkuma. Otsepörke realiseerimiseks on traatide kinnituspunktid A, A', B, B' nihutatavad. Kerade hälbeid pörkekohast mõõdetakse skaalalt S.



Joon. 5.2. Katseseadme skeem.

Kolmepositsioonilise ümberlüüti K_2 abil saab kondensaatori katted ühendada kas elemendiga E või üle takisti R keradega P_1 ja P_2 või jätta hoopis isoleerituiks (lüüti keskasendis). Ümberlüüti K_3 ühes asendis on galvanomeetri klemmid kokku ühendatud läbi kriitilist takistust omava takisti R_{kr} (viimane on vajalik galvanomeetri mõõtesüsteemi võnkumise summutamiseks), teises asendis aga tühjendatakse kondensaator läbi galvanomeetri. Samal ajal katkestatakse elemendi vooluring.

5.5. Töö käik

5.5.1. Jalakruvide abil reguleerime katseseadme statii- vi püstsamba vertikaalseks. Siis asuvad mõlema kera külge kinnitatud teravikosutid kerade tasakaaluasendis skaalal S nulljoonte kohal. Koostame elektromagnetite toiteahela. Selleks ühendame alaldiga seadme parempoolisel küljel olevad klemmid M. Lülitame alaldi sisse. Kontrollime, kas kerad asetuvad täpselt magnetite pesadesse, vajaduse korral pöörame magneteid. Reguleerime alaldi väljundpinge võimalikult madalaks, nii et kerad veel parajasti püsiksid magnetite pesades. Lülitame magnetite toitevoolu välja, kontrollime, kas otsepõrke tingimus on täidetud (ei tohi tekkida külgevõnkumist ega riputustraatide poolt moodustatud tasandite pöördumist kuni liikumise täieliku suubumiseni). Kui see pole nii, tuleb reguleerida traatide kinnituspunktide asendeid. Vajaduse korral reguleerime magnetite nihutamisega võrdseks kerade alghälbed.

5.5.2. Mõõdame skaalalt S mõlema keha võrdsed alghälbed s_1 . Vabastame kerad, laseme neil sooritada 10 - 15 põrget, mõõdame lõpphälbe s_n ühe kera jaoks. Kordame katset m korda (vt. lisaülesanne F), mõõtes s_n kordamööda mõlema kera korral. Nüüd laseme magnetist lahti ainult ühe kera, mõõdame amplituudi s_n' pärast n täisvõnget. Kordame katset sama arv kordi, nagu eelmistki. Mõõtmistulemused kanname tabelisse.

5.5.3. Koostame põrkeaja mõõtmise skeemi vastavalt joonisele 5.2. Laeme kondensaatori, isoleerime selle lüüti K_2

abil, lüliti K_3 abil ühendame ta galvanomeetriga, määrame galvanomeetri hälbe n_0 . Kordame katset jälle m korda. Järgnevalt määrame kondensaatori jääklaengu pärast pörget. Selleks laeme kondensaatori, ühendame ta K_2 abil keradega ning vabastame kerad K_1 abil. Pärast esimest pörget viime lüliti K_2 keskasendisse, K_3 abil ühendame kondensaatori galvanomeetriga, mõõdame galvanomeetri hälbe n_1 . Kordame katset m korda. Mõõtmistulemused kanname samasse tabelisse.

5.5.4. Lisaülesande H lahendamiseks mõõdame riputus-traatide kinnituspunktide kauguse skaalast S (pikkus L joonisel 5.1) ja teeme kindlaks skaala jaotise väärtuse.

5.5.5. Töödelnud kordusmõõtmiste tulemusi statistiliselt, arvutame taastumisteguri valemist (5.12) ja pörkeaja valemist (5.17) koos katsevea hinnangutega.

5.6. Lisaülesanded

5.6.1. Enne praktikumi

A. Millised jäävuse seadused kehtivad absoluutselt elastse ja absoluutselt mitteelastse pörke korral? Millised neist kehtivad reaalse elastse pörke korral?

B. Mis on pörkesirge? Milline pörge on tsentraalne, milline on otsepörge?

C. Kui suur on taastumisteguri väärtus absoluutselt elastsel ja absoluutselt mitteelastsel pörkel?

D. Avaldada suhteline energiakadu pörkel taastumisteguri kaudu meie katse tingimustel.

E. Esitada valemi (5.5) detailne tuletuskäik.

F. Juhusliku vea hindamiseks suuruste s_n , s_n' , n_0 ja n_1 mõõtmisel on soovitatav kasutada märgitesti [1, 2]. Kasutades märgitesti kriitiliste kvantiilide tabelit, teha kindlaks sobiv mõõtmiste arv m (vt. p. 5.5), mille korral veahinnangut on mugav konstrueerida usaldusnivool 95 %.

G. Milleks on tarvis katkestada galvaanielemendi vooluring, kui kondensaatorit tühjendatakse läbi galvanomeetri?

5.6.2. Pärast praktikumi

H. Esitada valemi (5.7) lihtsustamisest tingitud suhtelise meetoodilise vea hinnang suuruse k määramisel meie katses.

I. Esitada meetoodilise vea hinnang k määramisel, kui hõõrdumist põrgete vaheajal mitte arvestada.

5.7. Kirjandus

1. Tammet, H. Füüsika praktikum: Metroloogia. - Tln.: Valgus, 1971. - 240 lk.
2. Voolaid, H. Mõõtevigade hindamine füüsika praktikumis. - Tartu: TRÜ, 1983. - 55 lk.
3. Saveljev, I. Füüsika üldkursus. - Tln.: Valgus, 1978. - I. - Lk. 77 - 80.
4. Физический практикум: Механика и молекулярная физика / Под ред. В.И.Ивероновой. - М.: Наука, 1967. - С. 51-54.

6. PÖÖRDLIIKUMISE DÜNAAMIKA SEADUSTE UURIMINE RISTHOORATTA ABIL

6.1. Tööülesanne

Tutvumine pöörlemistelge omava keha inertsimomendi määramise dünaamilise meetodiga, pöörliikumise dünaamika põhivõrrandi ja Huygensi-Steineri teoreemi kontrollimine.

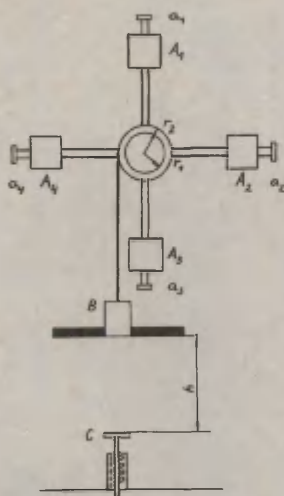
6.2. Töövahendid

Risthooratas koos lisakehadega, koormisega hooratta pöörlemapanemiseks ja elektromagnetpiduriga, elektrikellaga varustatud automaat koormise langemisaja mõõtmiseks, nurklaud, nihik.

6.3. Teooria ja katseseadme kirjeldus

Risthooratas (joon. 6.1) koosneb teljest, sellele kinnitatud kahest erinevate läbimõõtudega plokist ja ristvarrastest, millele on kinnitatud võrdsete massidega m_1 silindrilised kehad A_1 , A_2 , A_3 ja A_4 , mis on varrastel nihitatavad. Kehade fikseerimiseks kindlale kaugusele teljest on varrastel iga sentimeetri tagant tehtud süvendid. Teljele on kinnitatud nöör, mida võib mähkida mõlema ploki soonde. Nööri otsa on kinnitatud koormis B massiga m . Risthooratta telg on kinnitatud kronsteinil olevates laagrites. Kronsteinile on kinnitatud veel elektromagnetpidur hooratta fikseerimiseks teatud asendis, kui nöör on ploki keritud ja koormis üles tõstetud, ning tema vabastamiseks. Hooratta all on seina külge kinnitatud amortisaator-platvorm C keha B pidurdamiseks. Ristvarraste otstel on kruvid a_1, \dots, a_4 juhuslikult lahti pääsenud kehade A_1 pidurdamiseks.

Risthoorattast ja nööri otsas rippuvast koormisest koosneva süsteemi liikumise matemaatiliseks kirjeldamiseks tuleb



Joon.6.1. Risthooratas.

üles kirjutada liikumise võrrandid süsteemi mõlema osa kohta. Olgu keha B tõstetud kõrgusele h platvormist C (seinal oleva jooneni) (joonis 6.1). Et kõik kehad A_1, \dots, A_4 on kinnitatud võrdsel kaugusel pöörlemisteljest, siis on hooratas ise ükskõiksuses tasakaalus ja tema liikumist mõjustavad ainult nööri tõmbejõu ja hõõrdejõu momendid. Rakendades risthoorattale skalaarset momentide võrrandit ja kehale B kulgliikumise dünaamika põhivõrrandit, saame:

$$\begin{cases} I \varepsilon = Tr - M_h, \\ m a = mg - T, \\ a = \varepsilon r. \end{cases} \quad (6.1)$$

Siin I ja ε on risthooratta inertsimoment ja nurkkiirendus, r on ploki raadius, T - pingejõud nööris, M_h - süsteemile mõjuvate hõõrdejõudude moment telje suhtes, m - koormise B mass, a ja g - koormise B laskumise kiirendus ja raskuskiirendus. Lisaks dünaamika võrranditele on võrrandisüsteemi (6.1) kirjutatud kinemaatiline seos keha B joonkiirenduse ja risthooratta nurkkiirenduse vahel. Süsteemi lahendamisel saadakse avaldis kiirenduse jaoks:

$$a = \frac{\varepsilon - \frac{M_h}{m r}}{\frac{I}{m r^2} + 1} = \frac{\left(\varepsilon - \frac{M_h}{m r}\right) m r^2}{I + m r^2}. \quad (6.2)$$

Siit on lihtne välja lugeda, kuidas sõltub keha B kiirendus risthooratta inertsimomendist, ploki raadiusest, keha B massist ja hõõrdejõu momendist (vt. lisaülesanne G).

Et keha B laskumise kiirendus a on eksperimendis lihtsalt mõõdetav laskumise aja t ja läbitud tee pikkuse h (joon. 6.1) kaudu:

$$a = \frac{2 h}{t^2}, \quad (6.3)$$

siis saab süsteemi (6.1) lahendist (6.2) valemi risthooratta inertsimomendi arvutamiseks. Hõõrdumist ignoreerides tuleb:

$$I = \frac{m d^2}{8h} (gt^2 - 2h). \quad (6.4)$$

Siin on ploki raadiuse asemel toodud sisse vahetult mõdetav läbimõõt d .

Kui lisakehade A_1 massikeskmed on teljest kaugusel R , siis mehhaanilise süsteemi inertsimomendi definitsiooni põhjal saab avaldada risthooratta inertsimomendi:

$$I = I_0 + 4 I_1, \quad (6.5)$$

kus I_0 on tühja hooratta (ilma lisakehadeta) inertsimoment ja I_1 on ühe lisakeha inertsimoment hooratta telje suhtes. Huygensi teoreemi põhjal:

$$I_1 = I_{10} + m_1 R^2, \quad (6.6)$$

$$I = I_0 + 4 I_{10} + 4 m_1 R^2 = I'_0 + 4 m_1 R^2. \quad (6.7)$$

Siin m_1 on ühe lisakeha mass, $I'_0 = I_0 + 4 I_{10}$, sümboli I_{10} tähendus selgub lisaülesande C lahendusest. Valem (6.7) näitab, et risthooratta inertsimoment peab sõltuma lineaarselt lisakehade kauguse R ruudust. Selle väite katseline kontroll tähendab Steineri teoreemi kehtivuse kontrolli.

Skalaarse momentide võrrandi katseliseks kontrollimiseks saab kasutada erineva läbimõõduga plokkide ja hooratta inertsimomendi sama väärtuse korral tehtud katsete tulemusi. Hõõrdumist ignoreerides saab võrrandisüsteemi (6.1) esimese ja kolmanda võrrandi põhjal kirjutada kummagi ploki korral:

$$\begin{cases} I a_1 = T_1 r_1^2, \\ I a_2 = T_2 r_2^2. \end{cases} \quad (6.8)$$

Asendanud nõõri pinge T võrrandisüsteemi (6.1) teisest võrrandist ja kiirenduse a seosest (6.3), saab süsteemi (6.8) viia kujule:

$$\begin{cases} \frac{2 I h}{r_1^2} = g t_1^2 - 2 h, \\ \frac{2 I h}{r_2^2} = g t_2^2 - 2 h. \end{cases} \quad (6.9)$$

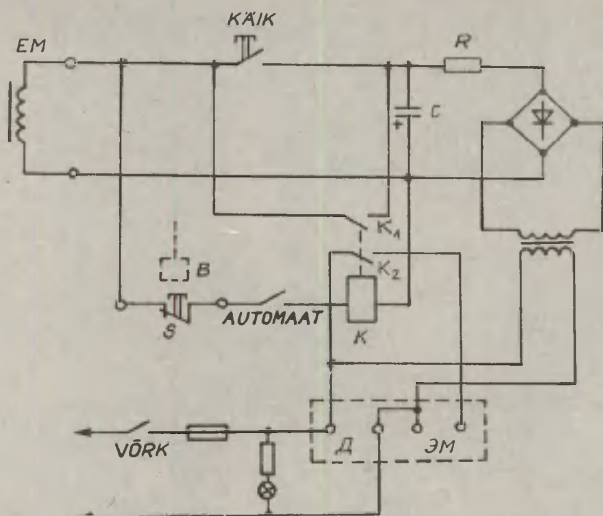
Jagades võrduste vastavad pooled, saadakse:

$$\frac{d_2^2}{d_1^2} = \frac{g t_1^2 - 2 h}{g t_2^2 - 2 h}. \quad (6.10)$$

Siin indeksid 1 ja 2 tähendavad plokkide suvaliselt valitud numbreid. Viimase seose kehtivuse kontroll (katsevigade piires) tähendabki momentide võrrandi kontrollimist. Kui $g t_1^2 \gg 2 h$, siis tuleneb valemist (6.10), et koormise B langemise aeg risthooratta jääva inertsimomendi korral on ligikaudu pöördvõrdeline ploki läbimõõduga.

Põhiline mõõtoperatsioon antud katses on koormise B langemise aja mõõtmine. Suurema täpsuse saavutamiseks kasutatakse automaatset mõõtesüsteemi, mille põhimõtteskeem on esitatud joonisel 6.2. Pärast võrgupinge sisselülitamist jäävad elektrikella sünkroonmootori klemmid Δ pidevalt võrgupinge alla, mootor töötab. Trafo kaudu pingestatakse ka alaldi, kondensaator C on laetud. Kui tumblerlülit AUTOMAAT on sisse lülitatud ja surunupplülit KÄIK hetkeks sisse lülitada, siis läbib rele K mähist vool, üks sulgivatest kontaktidest K2 lülitab sisse kella elektromagnetsiduri (klemmid $\exists M$), teine (K1) aga dubleerib surunupplülitit. Samaaegselt kella käivitamisega lülitatakse vool risthooratta elektromagnetpiduri EM mähisesse. Takisti R piirab voolu piduri mähises, kondensaator C on mõeldud piduri reaktsiooniaja vähendamiseks (lülitamisel läbib piduri mähist kondensaatori osalise tühjenemise voolu impulsi). Platvormini jõudes katkestab koormis hetkeks kontakti S, rele kontaktid vabastatakse ja kell seiskub. Samaaegselt pidurdatakse ka risthooratta pöörlemine.

Katseseadme töökorda viimisel on tarvis vahel pidur vabastada, ilma et oleks tarvis kella käivitada. Siis lülitatakse lülit AUTOMAAT välja, pidurit saab nüüd vabastada surunupplülit KÄIK abil.



Joon. 6.2. Ajamõtteskeemi põhimõtteskeem.

Koormise B poolt langemisel läbitav teepikkus h (seinale tõmmatud joone ja platvormi C ülemise pinna vahemaa) ja koormise B mass m on antud seadme konstantidena.

6.4. Töö käik

6.4.1. Seadnud lisakehad A_1 varrastel valitud kaugusele teljest, tuleb alati kontrollida hooratta ükskõikset tasakaalu, tõstes käega üles koormise B. Kui varrastel süvendite puurimise ebatäpsuse tõttu ükskõikne tasakaal on rikutud, tuleb seda parandada.

Risthooratas tuleb tasakaalustada tema kahe asendi korral - kummalgi juhul on üks vardapaaridest horisontaalne, teine vertikaalne. Tasakaalu reguleerimiseks kasutame neid samu kehi A_1, \dots, A_4 , pöörates kummalgi juhul üht neist vardal 90° võrra (milleks?) ja nihutades veidi. Sealjuures ei ole nihe kehade ühegi asendi korral suurem kui 1 mm. Arvestades ka süvendite puurimise täpsust, võtame kauguse R piirveaks kõikjal 2 mm.

Tasakaalu tuleb kontrollida alati pärast lisakehade nihutemist.

6.4.2. Üksikkatses mõõdetakse koormise B langemise aega. Koormise tõstmiseks algkõrgusele vabastame piduri. Seda võib teha elektriliselt, lülitades automaatsüsteemi välja ja vajutades surunuppu KÄIK. Magneti ülekuumenemise vältimiseks ja mõlema käe vabastamiseks on aga kasulik pidur vabastada mehhaaniliselt, surudes magneti südamiku ja korpuse vahele kiilu. Kerime nööri ühele plokkidest keerdkeeru kõrvale (vt. lisaülesanne D), kuni koormise B alumine pind on seinale tõmmatud joone tasemel. Kerimisel tuleb risthooratast pöörata niipidi, et laskumisel koormis tabaks platvormi keskaika. Laseme piduri tööasendisse, täpsustame koormise algkõrgust 90° -se nurklaua abil. Nüüd lülitame sisse lüliti AUTOMAAT, vajutame lüliti KÄIK. Langemisaeg mõõdetakse automaatselt.

6.4.3. Mõõdame koormise B langemisaja lisakehade A_1 kauguse R vähemalt viie erineva väärtuse korral, kerides nööri ühele plokkidest. Kauguse R ühe väärtuse korral kasutame mõlemat plokki, et saada andmeid momentide võrrandi kontrollimiseks. Kõikide fikseeritud katsetingimuste korral mõõdame aega juhusliku mõõtevea hindamise ja vähendamise eesmärgil vähemalt 5 korda. Kui andmete töötlemisel soovitakse kasutada märgitesti, tuleks kordusmõõtmiste arv valida kooskõlas märgitesti tabeliga [1, tabel 35.4 või 2, tabel 4.3].

6.4.4. Mõõdame plokkide läbimõõdud nihikuga. Juhendaja nõudmise korral mõõdame ka lisaülesande H lahendamiseks vajalikud suurused.

Kõik mõõteandmed kanname sobiva vormiga tabelisse (vt. lisaülesanne F).

6.4.5. Töödelnud aja kordusmõõtmiste tulemusi statistiliselt märgitesti või Studenti testi abil, arvutame valemist (6.4) hooratta inertsimomendi väärtused ja nende piirvead. Arvutustulemused kanname tabelisse, näiteks vormi 6.1 järgi.

Tabel 6.1

	$i = 1$	$i = 2$	$i = 3$	$i = 4$	$i = 5$
R_i					
I_i					
$\frac{\Delta I_i}{I_i}$					
ΔI_i					
$I_i \pm \Delta I_i$					

Tabeli andmete alusel ehitame graafiku teljestikus $I - R^2$. Kanname kõik katsepunktid graafikule koos piirvea ristidega. Kui vearistidest õnnestub sirge läbi tõmmata, on Steineri teoreemi kehtivus meie katse täpsuse piires tõestatud (vt. valem (6.7)).

Sirge algordinaadi ja tõusu järgi määrame valemis (6.7) esinevad suurused I_0' ja m_1 koos piirvigadega. Võrdleme ühe lisakeha massi m_1 väärtust katseseadme konstandina antud väärtusega.

6.4.6. Arvutame võrduse (6.10) mõlemal poolel olevad suhted koos piirvigadega. Kui võrdus vigade piires kehtib, on momentide võrrandi kehtivus meie katse täpsuse piires tõestatud.

6.5. Lisaülesanded

6.5.1. Enne praktikumi

A. Sõnastada skalaarne momentide võrrand, defineerida punktmassi ja jäiga keha inertsimoment.

B. Esitada valemite (6.2) ja (6.4) tuletuskäik.

C. Milline on valemites (6.6) ja (6.7) esinevate suuruste I_{10} ja I_0' tähendus?

D. Miks ei tohi nööri plokile kerida n.ö. metsikult, nii et keerud satuvad üksteise peale?

E. Kumba plokki tuleb mõõtmistäpsuse huvides eelistada Steineri teoreemi kontrollimisel? Eeldada, et nii d kui t mõõtmisel absoluutne viga ei sõltu mõõdetava suuruse väärtusest.

F. Töötada välja tabeli vorm aja t , plokkide läbimõõdu d ja lisakehade kauguse R väärtuste jaoks.

6.5.2. Pärast praktikumi

G. Andes suurustele I , r , m väärtusi katses esinenud väärtuste piirkonnas, arvutada ja esitada graafiliselt sõltuvused $a = a(I)$, $a = a(r)$, $a = a(m)$ valemi (6.2) järgi. Ühe graafiku ehitamisel lugeda kõik teised suurused konstantideks. Arvutused teha arvutil.

H. Hinnata metoodilist viga, mille põhjustab hõõrdumise mitteamestamine.

Eeldame, et hõõrdumine on kuiva tüüpi ja liugehõõrde moment võrdub seisuhõõrde momendi maksimaalväärtusega. Selle ligikaudseks määramiseks kerime nööri 5 - 6 keerdu ühele plokkidest, siis kinnitame plokil olevasse avasse sõlmega varustatud lisanööri, mille otsas on kerge ämbrike, kerime nüüd põhinööri 2 - 3 keeru võrra lahti, nii et lisanöör saaks teises suunas plokile keritud. Tõstame koormise B üles, nii et rippuma jääva nööriosa pikkus oleks umbes võrdne lisanööri pikkusega. Nii on elimineeritud nööri massi mõju. Nüüd puistame ämbrikesse vähehaaval liiva, kuni hoo-
ratas hakkab pöörlema. Kaalume ämbri koos liivaga. Kordame katset (vähemalt 5 korda), muutes juhuslikult risthooratta varraste orientatsiooni. Arvutame seisuhõõrdejõu momendi ületamiseks vajaliku jõumomendi keskväärtuse hinnangu.

Tuletada täpsustatud valem inertsimomendi arvutamiseks (valem (6.4) hõõrdumise arvestamisega), hinnata hõõrdumise ignoreerimisest põhjustatud metoodilist viga inertsimomendi määramisel.

6.6. Kirjandus

1. Tammet H. Füüsika praktikum: Metroloogia. - Tln.: Valgus, 1971. - 240 lk.
2. Voolaid H. Mõõteviga hindamine füüsika praktikumis. - Tartu: TRÜ, 1983. - 55 lk.
3. Saveljev I. Füüsika üldkursus. - Tln.: Valgus, 1978. - Lk. 96-101, 105-112.
4. Физический практикум: Механика и молекулярная физика / Под ред. В.И.Ивероновой. - М.: Наука, 1967. - С. 92-95.

7. INERTSIMOMENDI MÄÄRAMINE TRIFILAARPENDLI ABIL

7.1. Tööülesanne

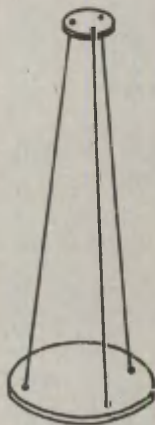
Geomeetriliselt korrapäraste kehade inertsimomendi määramine trifilaarpendli abil ja Steineri teoreemi kehtivuse kontrollimine.

7.2. Töövahendid

Trifilaarpendel, katsekehad, fotoelektrilise asendian-
duriga varustatud elektronkell, nihik, tehniline kaal, vi-
hid.

7.3. Meetodi teooria ja seadme ehitus

Trifilaarpendel on kolme sümmeetriliselt paikneva ni-
di abil horisontaalasendis ülesriputatud ümmargune plat-
vorm (joon. 7.1). Ülal on niidid samuti sümmeetriliselt



Joon. 7.1. Trifi-
laarpendel.

kinnitatud väiksema horisontaalse
ketta külge, nii et selle ketta ja
platvormi keskpunktid on samal ver-
tikaaljoonel. Platvorm võib soori-
tada pöördvõnkumist vertikaalse
telje ümber, mis on risti tema ta-
sandiga ja läbib tema keskpunkti.
Võnkumine tekitatakse ülemise ket-
ta pööramisega vastava mehhanismi
abil. Platvormi massikese nihkub
seejuures piki telge. Võnkeperi-
ood on määratud platvormi inertsii-
momendi ja raskusjõu suhtega, mis
muutub platvormi koormamisel mingi
kehaga.

Valime platvormi liikumise kir-
jeldamisel üldistatud koordinaadiks

platvormi pöördenurga α tasakaaluasendi suhtes. Joonisel 7.2 kujutab punkt O platvormi keskpunkti, lõik AO aga platvormi lõikejoont joonise tasandiga trifilaarpendli tasakaaluasendis, BA on üks kinnitusniitidest samas asendis. Nurga α võrra pöördunud ja kõrguse $h = OO_1 = CC_1$ võrra tõusnud platvormi lõikejoon joonise tasandiga on C_1O_1 , kinnitusniidi asend on siis BA_1 .

Teatavasti on võnkliikumise käsitlemisel võnkumise iseloomu selgitamiseks ja võnkeperioodi avaldise tuletamiseks võimalik kasutada kas dünaamika põhiseaduse (Newtoni II seadus, momentide võrrand) alusel üles kirjutatud liikumise diferentsiaalvõrrandit või (hõõrdumise mitteamestamisega) mehhaanilise energia jäävuse seaduse alusel üles kirjutatud energiavõrrandit. Käesoleval juhul on lihtsam kasutada energiavõrrandit. Pöördivõnkumisel nurga α võrra pöördunud ja kõrguse h võrra tõusnud platvormi kineetiline energia on

$$W_k = \frac{1}{2} I \dot{\alpha}^2, \quad (7.1)$$

potentsiaalne energia

$$W_p = mgh. \quad (7.2)$$

Siin m ja I on platvormi mass ja inertsimoment pöörlemistelje suhtes (koos sellel asuvate kehadega, kui neid on), $\dot{\alpha}$ on nurkkiirus, g - raskuskiirendus. Nurkkiirus on pöördenurga ajaline tuletis: $\dot{\alpha} = \frac{d\alpha}{dt}$. Energia jäävuse seaduse põhjal (hõõrdumist arvestamata) võime kirjutada energiavõrrandi

$$\frac{1}{2} I \dot{\alpha}^2 + mgh = \text{const.} \quad (7.3)$$

Selles võrrandis on peale üldistatud koordinaadiks valitud α veel teine ajast sõltuv suurus - h . See tuleb avaldada α kaudu.

Jooniselt 7.2 on näha:

$$h = OO_1 = BC - BC_1 = \frac{(BC)^2 - (BC_1)^2}{BC + BC_1}.$$

Et

$$(BC)^2 = (AB)^2 - (AC)^2 = L^2 - (R - r)^2$$

ja

Siit on näha, et trifilaarpendli võnkeperiood T_0 on tõepoolest määratud platvormi inertsimomendi ja raskusjõu suhtega. Avaldisest (7.8) tuleneb valem platvormi inertsimomendi määramiseks:

$$I = \frac{mg Rr}{4\pi^2 H} T_0^2. \quad (7.9)$$

Sellest valemist saab arvutada nii tühja platvormi inertsimomendi I_0 kui ka mingi kehaga koormatud platvormi summaarse inertsimomendi I , sest siin on paremal pool võrdusmärgi kõik otseselt mõõdetavad suurused. Platvormile tohib asetada ainult sümmeetrilisel omavahelisele keha ja selliselt, et keha sümmeetrilisel ühtib platvormi pöörlemisteljega (vt. lisaülesanne D). Keha inertsimoment I_k arvutatakse mehhaanilise süsteemi inertsimomendi definitsiooni põhjal:

$$I_k = I - I_0. \quad (7.10)$$

Seega saab trifilaarpendlit kasutada sümmeetriliste kehade inertsimomendi mõõtmiseks nende sümmeetriliste suhtes. Kuid pendli platvormile võib asetada ka mitu ühesugust suvalise kujuga keha, kui nad paigutatakse sümmeetriliselt platvormi keskpunkti suhtes (vt. lisaülesanne D). Jagades valemist (7.10) arvutatud inertsimomendi kehade arvuga, saame ühe keha inertsimomendi platvormi pöörlemistelje suhtes. Steineri teoreemi abil on siis võimalik leida sellise keha inertsimoment mistahes teise telje suhtes. Sama võtet saab kasutada Steineri teoreemi kehtivuse kontrollimiseks. Selleks määratakse katseliselt ühe sümmeetrilise keha inertsimoment tema sümmeetriliste suhtes I_1 , seejärel aga paigutatakse mitu sellist keha sümmeetriliselt platvormile ja ülalkirjeldatud võttega määratakse ühe keha inertsimoment platvormi pöörlemistelje suhtes I_1' . Kui kehade sümmeetrilistel ja platvormi telje vaheline kaugus katses oli d , siis peab Steineri teoreemi põhjal kehtima võrdus

$$I_1' = I_1 + Md^2, \quad (7.11)$$

kus M on ühe keha mass.

Pendli võnkeperioodi mõõtmiseks kasutatakse fotoelekt-

rilise asendianduriga varustatud elektronkella. Anduri valgusvoo katkestamiseks on platvormi äärel kinnitatud plekist osuti. Kell võimaldab automaatselt mõõta eksperimentaatori poolt valitava suvalise arvu täisvõngete sooritamise aja. Kella käsitlemisjuhend on töökohal. Võrrandi (7.7) tuletamisel tehtud lihtsustusest tingitud metoodilise vea ülemäärase suurenemise vältimiseks ei tohi platvormi algamplituud α_0 ületada 10° (vt. lisaülesanne H).

Seadme konstantidena on antud suurused r , H ja tühja platvormi mass m_0 .

7.4. Töö käik

7.4.1. Mõõdame nihikuga niitide kinnituspunktide kauguse R pöörlemisteljest alumisel platvormil (platvormi tsentril). Mõõdame kõigi kolme niidi kaugused, R väärtuseks võtame tulemuste aritmeetilise keskmise. Loeme üksiktulemuste hälbed keskmisest juhuslikeks mõõtmisvigadeks, arvutame Studenti testi abil aritmeetilise keskmise juhusliku vea hinnangu.

7.4.2. Seame elektronkella fotoanduri üles vastavalt käsitlemisjuhendile. Summutame täielikult ketta igasuguse liikumise, see vähendab miinimumini juhuslikud vead automaatsel ajamõõtmisel (vt. lisaülesanne G). Seda tuleb teha alati enne pöördvõnkumise tekitamist perioodi mõõtmise eesmärgil. Harjutame pöördvõnkumise tekitamist, nii et algamplituud ei ületaks 10° . Amplituudi ligikaudseks mõõtmiseks (hindamiseks) kasutame platvormile joonestatud radiaalseid sirgeid, mis jagavad täispöörde võrdseteks osadeks, ja alusele toetuvat vertikaalset varrast, mida saab platvormi ääre juurde üles seada.

7.4.3. Arvutame inertsimomendi valemisse (7.9) kuuluvate suuruste m_0 , g , R , r ja H suhtelised piirvead. Mõõdame tühja platvormi ühe täisvõnke aja vähemalt 10 korral, arvutame üksikmõõtmise ruuthälbe [2, valem 4.5]. Eeldades juhusliku vea normaaljaotust, annab ruuthälbe kahekordne väärtus üksikmõõtmise juhusliku piirvea 96 % usaldusnivool [1, tabel 34.6.1]. Et kella riistvea määrab puhtjuhuslik

diskretiseerimisviga (numbertabloo viimase kümnendkoha ühik), siis sisaldab saadud hinnang ka kella riistviga. See absoluutne piirviga ei sõltu mõõdetava ajavahemiku pikkusest, suhteline viga aga väheneb ajavahemiku kasvades. Sellepärast on võnkeperioodi määramisel kasulik mõõta mitte ühe, vaid suurema arvu n võnke sooritamiseks kuluv aeg. Perioodi arvutame siis suhtest $T = \frac{t}{n}$, perioodi suhteline viga väheneb siis n korda.

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{\Delta t}{t} = \frac{\Delta t}{nT}.$$

Arvutame vajaliku täisvõngete arvu n , mille kestuse mõõtmisel tekkiv kahekordne suhteline piirviga (miks kahekordne?) oleks 5...10 korda väiksem mistahes teise valemisega (7.9) kuuluva suuruse suhtelisest piirveast. Et võnkeperioodi väärtus on kõigis katsetes samas suurusjärgus, mõõdame edaspidi alati leitud arvu täisvõngete kestuse kaks korda. Ühe mõõtmise loeme põhimõõtmiseks, teine on kontrolliks, et hälve ei ületa leitud vahhinnangut. Kui see mõnes katstes pole nii, tuleb sel korral teha seeria kordusmõõtmisi.

7.4.4. Määrame tühja platvormi inertsimomendi, mõõtes n võnke aja ja kasutades valemit (7.9).

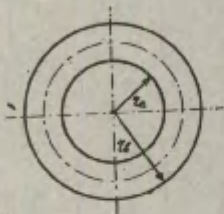
7.4.5. Praktikumi juhendaja valikul mõõdame lisakehade komplektist kahe keha (ketas, rõngas, nelinurkne või kolmnurkne plaat) inertsimomendid $I_{k,1}$ ja $I_{k,2}$ nende massikeskmeid läbiva telje suhtes. Selleks määrame platvormi inertsimomendi koos lisakehaga, nagu p. 7.4.4 ja arvutame I_k valemist (7.10). Lisakeha massi M mõõdame tehnilisel kaalul. Kehad tuleb asetada platvormile nii, et nende massikeske ja ketta keskpunkt asuksid ühel vertikaalil. Sellist asetamist kergendavad kettale joonestatud kontsentrilised ringjooned. Nüüd määrame mõlema keha summaarse inertsimomendi $I_{k,1+2}$ nende mõlema massikeskmeid läbiva telje suhtes, asetades mõlemad kehad korraga platvormile. Arvutame tulemuste vead ja kontrollime süsteemi inertsimomendi avaldise kehtivust katsevigade piires:

$$I_{k,1} + I_{k,2} = I_{k,1+2}.$$

Arvutame kasutatud kehade inertsimomendid teoreetiliselt nende massikeskmeid läbiva ja kujundi tasandiga ristuva telje suhtes alltoodud valemite järgi ja leiame nende summa. Lineaarmõõtmel mõõdame nihikuga.

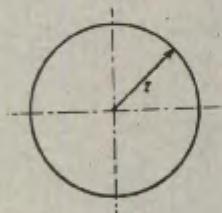
Rõngas

$$I_k^t = \frac{1}{2} M (r_a^2 + r_b^2)$$



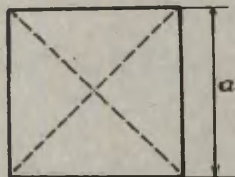
Ketas

$$I_k^t = \frac{1}{2} M r^2$$

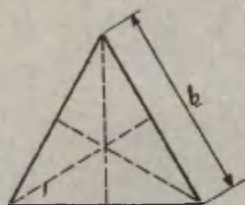


Ruut

$$I_k^t = \frac{1}{6} M b^2$$



Võrdkülgne kolmnurk



$$I_k^t = \frac{1}{12} M b^2$$

Mõõtmis- ja arvutustulemused kanname tabelisse, näiteks vormi 7.1 kohaselt.

Tabel 7.1 (näidis)

Jrk. nr.	Keha	Mass	Mõõtmised	n võnke aeg	Inertsimoment ($\text{kg} \cdot \text{m}^2$)	
					Eksperim.	Teor.
1.	ruut	a =	$I_{k,1}^e = (\pm)$	$I_{k,1}^t = (\pm)$
2.	ketas	r =	$I_{k,2}^e = (\pm)$	$I_{k,2}^t = (\pm)$
					$I_{k,1}^e + I_{k,2}^e = (\pm)$	$I_{k,1}^t + I_{k,2}^t = (\pm)$
3.	ketas + ruut	-	-	$I_{k,1+2}^e = (\pm)$	—

Kui viimased kolm arvu tabeli paremas alumises nurgas kokku langevad, on mõõtmised ja arvutused õiged ja süsteemi inertsimomendi arvutuseeskiri õige.

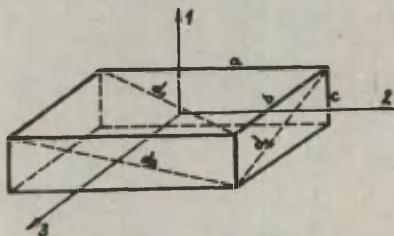
7.4.6. Steineri teoreemi kehtivuse kontrollimiseks kasutame katsekehade komplektis olevaid väikesi võrdsete mõõtmega ja massidega pliikettaid, nagu kirjeldatud p.7.3 lõpus. Et nende ketaste inertsimoment sümmeetriatelje suhtes on väiksem kui tühja platvormi oma, siis tekib valemi (7.10) kasutamisel suur viga. Katse tuleb üles seada vastavalt liisaülesande F lahendusele.

Katse teises osas asetame kettad platvormile sümmeetriselt pöörlemistelje suhtes. Sellist asetamist kergendavad platvormile kantud kontsentrilised ringjooned ja radiaalsed sirged. Ketaste tsentrite kaugused platvormi tsentrist mõõ-

dame nihikuga kui lähima ja kaugeima ääre kauguste keskmised.

Katsevigade piires peab kehtima seos (7.11).

7.4.7. Teoriast on teada, et joonisel 7.3 kujutatud risttahuka inertsimomendid sümmeetriatelgedele 1, 2 ja 3 suhtes avalduvad:



Joon. 7.3. Risttahukas.

$$I_1 = M \frac{a^2 + b^2}{12},$$

$$I_2 = M \frac{b^2 + c^2}{12},$$

$$I_3 = M \frac{a^2 + c^2}{12}.$$

Geomeetriliste teisenduste abil on lihtne üle minna külgede ruutudelt tahkude diagonaalide ruutudele. Saame:

$$I_1 : I_2 : I_3 = d_1^2 : d_2^2 : d_3^2. \quad (7.12)$$

Määrame metallist risttahuka inertsimomendid tema kõigi kolme sümmeetriatelje suhtes. Selleks asetame risttahuka platvormile, nii et tahu keskpunkt ühtib platvormi keskpunktiga, nii kolmel korral. Mõõdame diagonaalide pikkused. Kontrollime, kas suhete võrdus (7.12) kehtib katsevigade piires.

7.5. Lisaülesanded

7.5.1. Enne praktikumi

A. Defineerida punktmassi ja jäiga keha inertsimoment, sõnastada Steineri teoreem.

B. Trifilaarpendel sooritab pöördvõnkumist. Näidata, millise päritoluga on alati tasakaaluasendi poole pöörav

taastav jõumoment. Põhjendada, miks liikumise diferentsiaalvõrrandile on juhendis eelistatud energiavõrrandit.

C. Katseseadet uurides teha kindlaks, kas suurus H tähendab ülemise ketta ja platvormi poolt määratud horisontaaltasandite vahemaad?

D. Miks tohib platvormile asetada ainult telgsümmeetrilisi kehi või ühesuguseid kehi sümmeetriliselt keskpunkti suhtes, s.t. miks on nõutav niitide võrdne pinge?

E. Valemit (7.10) analüüsides teha kindlaks trifilaarpendli rakenduspiirid I_k mõttmisel - kas saab küllaldase täpsusega määrata kuitahes väikest I_k ?

F. Kuidas tõsta ühe ketta inertsimomendi I_1 määramise täpsust ketta sümmeetriatelje suhtes Steineri teoreemi kontrollimise katses? (Kasutame asjaolu, et kõik kettad on identsed.)

G. Selgitada, kuidas platvormi külgvõnkumine tekitab juhuslikku häireviga pöördivõnkumise perioodi mõttmisel?

7.5.2. Pärast praktikumi

H. Kontrollida, kas lihtsustusest $\sin \frac{\alpha}{2} \approx \frac{\alpha}{2}$ (valemid (7.6) ja (7.7) tulenevat meetodilist viga juhendis p. 7.3 lõpus antud tingimusel, et $\alpha_0 < 10^\circ$ võib I arvutamisel mitte arvestada, s.t. kas suhteline meetodiline viga on vähemalt 10 korda väiksem summaarsest suhtelisest mõõteveast.

Selleks kasutatakse energiavõrrandi (7.5) teooriast tuntud täpset lahendit, millest tuletatakse võnkeperioodi täpsustatud valem:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{HI}{mgRr}} \left(1 + \frac{1}{4} \sin^2 \frac{\alpha_0}{2} + \left(\frac{1.3}{2.4} \right)^2 \sin^4 \frac{\alpha_0}{2} + \dots \right).$$

Piirdudes selle lõpmatu rea kahe esimese liikmega, tuletada täpsustatud valem inertsimomendi arvutamiseks:

$$I = \frac{mgRr}{4\pi^2 H} T_0^2 \frac{1}{1 + \frac{1}{2} \sin^2 \frac{\alpha_0}{2}}. \quad (7.13)$$

Kui võib lugeda $\frac{1}{2} \sin^2 \frac{\alpha_0}{2} \approx 0$, siis läheb valem (7.13) üle valemiks (7.9) ja võnkumise võib lugeda harmooniliseks. Sellisest lihtsustusest tulenev suhteline viga on

$$\frac{\frac{1}{2} \sin^2 \frac{\alpha_0}{2}}{1 + \frac{1}{2} \sin^2 \frac{\alpha_0}{2}} \approx \frac{1}{2} \sin^2 \frac{\alpha_0}{2} .$$

I. Hinnata valemis 7.4 tehtud asendusest $BC_1 \approx BC$ tingitud suhtelist metoodilist viga inertsimomendi määramisel.

7.6. Kirjandus

1. Tammets H. Füüsika praktikum: Metroloogia. - Tln.: Valgus, 1971. - 240 lk.
2. Voolaid H. Mõõtevigade hindamine füüsika praktikumis.- Tartu: TRÜ, 1986, - 56 lk.
3. Saveljev I. Füüsika üldkursus. - Tln.: Valgus, 1978. - I. - Lk. 66-73, 108-116.
4. Сивухин Д.В. Общий курс физики: Механика. - М.: Наука, 1979. - С. 205-209, 213-215.
5. Физический практикум: Механика и молекулярная физика / Под ред. В.И.Ивероной. - М.: Наука, 1967. - С. 95-98.

8. GÜROSKOOBI PRETSESSIOONI UURIMINE

8.1. Tööülesanne

Güroskoobi elementaarteooriaga tutvumine, güroskoobi pretsessiooni kiiruse ja pöörlemiskiiruse määramine.

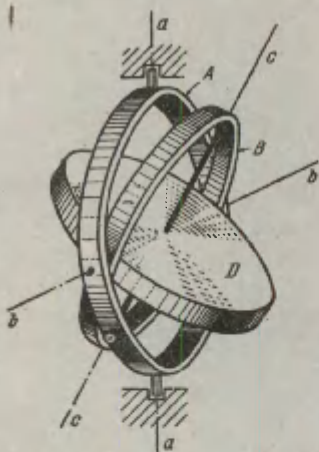
8.2. Töövahendid

Güroskoopiline seade, selle rootor (güroskoop), etalonsilinder, terastraat, ampermeeter, alalispinge allikas, stopper, nihik, tehniline kaal, vihid.

8.3. Teoreetiline sissejuhatus

Güroskoobiks nimetatakse kiiresti pöörlevat jäika keha, mille pöörlemistelje orientatsioon ruumis võib muutuda. Güroskoopidena võib vaadelda näiteks pöörlevaid taevakehi, kahurimürske, turbiinide rootoreid jm. Kaasaja tehnikas on güroskoop paljude güroskoopiliste seadeldiste olulisemaid elemente. Neid seadeldisi kasutatakse lennukite, laevade, torpeedode, rakettide jt. automaatjuhtimiseks, navigatsioonis kursi määramiseks ja mujal. Selleks, et güroskoop võiks ruumis vabalt pöörduda, on ta pöörlemistelg tavaliselt seotud pöörellda võiva rõngaga, mis omakorda asetseb teise rõnga sisemuses, kusjuures mõlemate rõngaste pöörlemisteljed on teineteise suhtes risti (joon. 8.1). Sellist kinnitussüsteemi nimetatakse kardaan toestuseks. Selliselt kinnitatud güroskoobil on kolm vabadusastet ning ta võib sooritada mistahes pöörde pöörlemistelgede ristumiskohal asetseva punkti (kinnituspunkti) suhtes. Kui güroskoobi massikeske ühtib pöörlemistelgede lõikepunktidega, nimetatakse güroskoopi tasakaalustatuks. Kui güroskoobi pöörlemistelg ühtib tema sümmeetriateljega, on güroskoop sümmeetriline.

Vaatleme tasakaalustatud sümmeetrilist güroskoopi. Dünaamika põhiseaduse kohaselt pöördliikumise jaoks



Joon. 8.1. Güroskoop kardantaotestuses.

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}, \quad (8.1)$$

kus \vec{L} on güroskoobi impulsimoment ja \vec{M} välisjõudude moment kinnituspunkti suhtes. Välisjõudude puudumisel (või momentide tasakaalustumise korral)

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = 0. \quad (8.2)$$

Sellisel tingimusel nimetatakse güroskoopi vabaks. Sümmeetrilise keha impulsimomendi vektori keha sümmeetriatelje suhtes saab avaldada ümber selle telje pöörlemise nurkkiiruse vektori $\vec{\omega}$ kaudu $\vec{L} = I\vec{\omega}$, kus I on güroskoobi inertsimoment sümmeetriatelje suhtes. Vaba güroskoobi tingimusest

(8.2) tuleneb

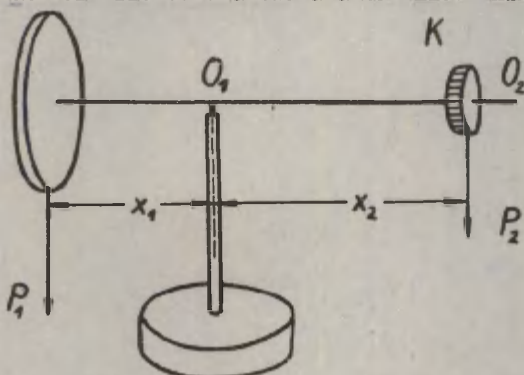
$$\vec{L} = I\vec{\omega} = \text{const}. \quad (8.3)$$

Sellest järeldub, et jääva inertsimomendiga kolme vabadusastmega vaba güroskoobi nurkkiiruse vektor ja järelikult ka pöörlemistelje orientatsioon ruumis ei muutu. Võrrandit (8.1) uurides on lihtne kindlaks teha, et telje orientatsiooni ei saa oluliselt muuta ka lühiajalised tugevad löögid (vt. lisaülesanne C).

Kardantaotestus pole ainus võimalus kolme vabaduseastmega güroskoobi realiseerimiseks. Joonisel (8.2) kujutatud seadmes on güroskoobiks massiivne pöörlev ketas, mille pöörlemistelg O_1O_2 on realiseeritud peene jäiga vardana. Varras on punktis O_1 šarniirselt kinnitatud vertikaalsele alusele, ta võib (piiratud ruuminurga ulatuses) sooritada suvalise pöörde punkti M ümber. Tasakaalustav koormis K on nihutatav piki varrast, nii et on võimalik realiseerida tingimust

$$P_1x_1 = P_2x_2, \quad (8.4)$$

kus P_1 ja P_2 on kettale ja tasakaalustavale koormisele mõjuvad raskusjõud ja x_1 ja x_2 - samade kehade massikeskmete kaugused punktist O_1 , mille korral güroskoop osutub tasakaalustatuks ja vabaks (süsteemi massikeske on punktis O_1 , välisjõudude moment O_1 suhtes on null). Toodud arutluses on varda mass loetud tühiselt väikeseks. Mittepöörleva güroskoobi viib tasakaalustava koormise nihutamine



Joon. 8.2. Šarnirise toetusega güroskoop.

tasakaalust välja. Teisiti käitub pöörlev güroskoop. Olgu güroskoobi algasend selline, nagu näha joonisel 8.3, kusjuures tasakaalustav koormis olgu nihutatud eelmise asendi suhtes paremale, nii et süsteemi massikeske osutub asetsevaks punktis O' . Välisjõudude moment

$$\vec{M} = [\vec{r}, \vec{F}], \quad (8.5)$$

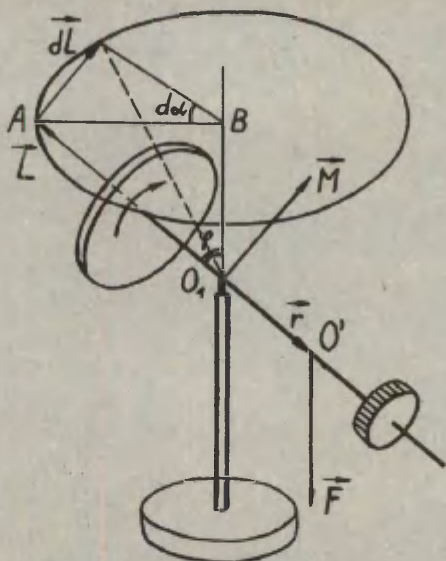
kus \vec{r} on summaarse välisjõu \vec{F} rakenduspunkti O' asukohta güroskoobi toetuspunkti O_1 suhtes määrav raadiusvektor. Güroskoobi telje suuna vertikaali suhtes määrab nurk φ . Antud juhul on

$$F = P_1 + P_2,$$

mistõttu

$$M = (P_1 + P_2) r \sin \varphi. \quad (8.6)$$

Ülaltoodud dünaamika põhivõrrandist järgneb, et impulsimomendi muutus dL aja dt jooksul ühtib suunalt välia-



Joon. 8.3. Pretsesseeriv güroskoop.

jõudude momendiga:

$$d\vec{L} = \vec{M} dt. \quad (8.7)$$

Summaarne impulsimoment pärast dt möödumist on $\vec{L} + d\vec{L}$. Järelikult muutub ka güroskoobi pöörlemistelje orientatsioon. Tähistame telje kõrvalekalde dt möödumisel $d\alpha$ -ga. Järgmise ajavahemiku dt jooksul toimub samasugune pöördumine jne. Güroskoobi telg hakkab pöörlema ümber vertikaal-
telje O_1B teatud nurkkiirusega Ω , moodustades oma liikumisel koonilise pinna. Güroskoobi sellist liikumist nimetatakse pretsessiooniks. Suurust $\Omega = \frac{d\alpha}{dt}$ nimetatakse pretsessiooni nurkkiiruseks.

Pretsessiooni nurkkiiruse arvutamiseks võib lähtuda vörrandist (8.7), kirjutades selle välja skalaarselt (moodulitevahelise seosena):

$$dL = M dt. \quad (8.8)$$

Välisjõudude momendi moodul on avaldatud valemiga (8.6). Impulsimomendi juurdekasvu $d\vec{L}$ mooduli saab arvutada jooniselt (8.3):

$$dL = AB d\alpha = L \sin \varphi d\alpha.$$

Valemist (8.8):

$$L \sin \varphi \, d\alpha = (P_1 + P_2) r \sin \varphi \, dt,$$

$$\Omega = \frac{d\alpha}{dt} = \frac{(P_1 + P_2) r}{L} = \frac{(P_1 + P_2) r}{I \omega}. \quad (8.9)$$

Tuletatud valemist nähtub, et güroskoobi pöörlemiskiiruse suurenemisel pretsessioonikiirus väheneb. Konstantse nurkkiirusega pöörleva güroskoobi korral on Ω võrdeline välisjõu rakenduspunkti kaugusega kinnituspunktist.

Käesoleva töö ülesanne seisnebki selle järelduse katselikes kontrollis ja güroskoobi pöörlemiskiiruse määramises.

8.4. Katseriista kirjeldus ja matemaatiline mudel

Käesolevas töös kasutatakse güroskoobina alalisvoolu elektrimootori suure inertsimomendiga rootorit. Rootori teljega aksiaalselt on staatori külge kinnitatud jaotistega varustatud varras, millel võib liikuda tasakaalustav koormis. Teisel pool staatorit on kinnitatud samasihiline keermetatud varras, millel piiratud ulatuses võib nihutada täiendavat tasakaalustavat koormist. Staator kui kardaan-toestuse sisemine rõngas on laagritel kinnitatud välisesse rõngasse, see ripub pika niidi otsas, nii et staatori pöörlemistelg on horisontaalne ja võib muidugi vabalt pöörduda ümber vertikaalse niidiga määratud pöörlemistelje. Olgu taustsüsteem seotud güroskoobi kolme pöördetelje lõikepunktiga O, x-telg suunatud piki rootori (güroskoobi enda) pöörlemistelge tasakaalustava koormise suunas. Olgu süsteemi rootor-staator-wardad täiendav koormismass m_1 ja massikeskme x-koordinaat x_1 , tasakaalustava koormise mass m_2 ja massikeskme x-koordinaat x_2 . Kui koormisi nihutada nii, et süsteem on varraste horisontaalasendi korral tasakaalus, siis on kogu süsteemi massikeske punktis O. Süsteemi massikeskme koordinaadi valemist (vt. lisaülesanne D) tuleb:

$$m_1 x_1 + m_2 x_2 = 0 \quad (8.10)$$

Kui tasakaalustavat koormist nihutada punktist O eemale, nii et selle massikeskme uus koordinaat on $x_2' > x_2$, siis

kogu süsteemi massikese nihkub punktist O tasakaalustava koormise nihke suunas. Süsteemi massikeskme x-koordinaadi $x_c = r$ saab arvutada valemist

$$r = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2'}{m_1 + m_2}. \quad (8.11)$$

Võrdust (8.10) kasutades võib siin vabaneda raskesti määratavast suuruselt x_1 :

$$r = \frac{m_2 (x_2' - x_2)}{m_1 + m_2}. \quad (8.12)$$

Güroskoop on nüüd tasakaalustamata, ta hakkab pretsesseerima. Saadud avaldise võib asetada pretsessiooni nurkkiiruse valemisse (8.9), asendanud seal raskusjõud vastavate masside ja raskuskiirenduse korrutisega:

$$\Omega = \frac{m_2 g (x_2' - x_2)}{I \omega} = \frac{m_2 g \Delta x}{I \omega}. \quad (8.13)$$

Sümbol Δx tähistab lisakoormise nihet asendist, milles kogu süsteem on tasakaalus. Valem (8.13) näitab, et pretsessiooni nurkkiirus peab olema võrdeline selle nihkega. Seda järeldust tulebki kontrollida katsevigade piires.

8. Töö käik

8.5.1. Asetame tasakaalustava koormise varda punktile O kõige lähemasse salku, seame vardad horisontaalasendis tasakaalu täiendava koormise nihutamisega keerrestatud var dal. Eemaldame güroskoopseadme alt toetusklotsi nii, et seade jääb rippuma nööri otsa. Koostame skeemi mootori toiteks, ühendades elektrimootori klemmid toiteallikaga läbi ampermeetri. Kasutada tuleb pikki painduvaid juhtmeid, mis pretsesseeriva güroskoobi poolt kokku keerutatuina avaldaksid võimalikult väikest vastupööravat mõju. Juhendaja loal pingestame skeemi, suurendades vähehaaval pinget nii, et voolutugevus ei ületaks (1,5...2) A, kuni pinge saavutab mootorile lubatud maksimaalväärtuse 27 V. Nüüd ootame rootori pöörlemiskiiruse stabiliseerumist, mille üle otsustame ampermeetri näidu ja pöörleva rootori poolt tekitatava heli kõrguse stabiliseerumise järgi. Edaspidi ei tohi voo-

lutugevus ega pinge kogu katse jooksul muutuda.

8.5.2. Lööme nüüd puitkepiga kergelt vastu jaotistega varrast. Kirjeldame tekkivat nähtust, anname seletuse. Kui pöördumine ümber vertikaaltelje oleks võimatu, kuidas reageeriks güroskoop siis vertikaalselt alla suunatud löögile? Võtame mõlema käega kinni varrastest, püüame pöörata süsteemi ümber vertikaalse telje. Mis juhtub? Miks? Kirjeldada ja selgitada!

8.5.3. Seame tasakaalus oleva güroskoobi horisontaalse jaotistega varda otsa juurde alusel püsti seisva vertikaalse metallvarda, märkides sellel nihutatava kummirõnga abil güroskoobi varda otsa kõrguse. Nihutame tasakaalustavat koormist mõne jaotise võrra, jälgime vähemalt ühe täispöörde jooksul pretssesseerivat güroskoopi. Varras peaks jääma horisontaalseks (pretssesseeriva güroskoobi telje poolt joonestatud koonuse avanurk 180°), ometi märkame telje otsa laskumist. Selle põhjuseks on niidi ja juhtmete keerdumisel tekkivate elastsusjõudude moment, mis tekitab täiendava pretsessiooni ümber horisontaaltelje. Mõõdame orienteeruvalt varda otsa laskumise suuruse ühe täispöörde jooksul.

8.5.4. Mõõdame pretsessiooni perioodi, kasutades kas fotoelektrilise anduriga elektronkella või käsitsi lülitavat mehhaanilist või elektristopperit. Viimasel juhul tuleb stopper käivitada ja seisata, kui güroskoobi varda ots möödub vertikaalsest vardast. Et pretsessioon on küllalt aeglane, annab piisava mõõtmistäpsuse ühe täispöörde aja mõõtmine. Kui varda otsa laskumine on märgatav, tuleb varras alati enne perioodi mõõtmist kallutada horisontaalasendist ülespoole poole võrra sellest nurgast, mis ta jõuab perioodi jooksul laskuda. Kui varda laskumise kiirus mõõtmiste kestel oluliselt suureneb, tuleb nööri ja juhtmete keerud vahepeal tagasi välja keerata, pöörates seadet ettevaatlikult, kahe käega staatorist tugevasti hoides.

Mõõdame pöörlemisperioodi lisakoormise vähemalt seitsmes erinevas asendis, mõõtes iga kord ühe täispöörde aja üks kord. Juhusliku subjektiivse vea hindamiseks teeme (aja kokkuhoiu huvides!) kõige lühema perioodi korral vähemalt 10 kordusmõõtmist, arvutame üksiktulemuse ruuthälbe, [2,

valem 4.5]. Eeldades juhusliku vea normaaljaotust, annab selle ruuthälbe kahekordne väärtus üksiktulemuse juhusliku piirvea 96 % usaldusnivool [1, tabel 34.6.1].

Arvutame Δx kõigi väärtuste jaoks pretsessioohi nurkkiiruse. Kõik mõõtmisandmed ja arvutustulemused kanname tabelisse (vt. lisaülesanne G).

8.5.5. Güroskoobi nurkkiiruse arvutamiseks määrame tasakaalustava koormise massi ja güroskoobi inertsimomendi. Inertsimomendi määramiseks kasutame teise, täpselt samasuguse güroskoopilise seadeldise rootorit. Rootori kinnitame metalltraadi otsa nii, et ta saaks sooritada pöördvõnkeid ümber masskeset läbiva vertikaalse telje. Määrame 20 - 30 täisvõnkest süsteemi võnkeperioodi. Nüüd asendame rootori homogeensest materjalist silindriga ning toimime analoogiliselt eelmisega. Nagu teada, arvutatakse niisuguste pöördvõnkumiste perioodid valemitest

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{D}} \quad \text{ja} \quad T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{I_1}{D}}, \quad (8.14)$$

kus I - güroskoobi inertsimoment, I_1 - silindri inertsimoment ja D - traadi keerdjäikus.

Et homogeense silindri inertsimoment on arvutatav teoreetiliselt lineaarmõõtmete ja massi kaudu (vt. lisaülesanne F), siis võib valemist (8.14) elimineerida keerdjäikuse ja saada rootori inertsimomendi jaoks valemi

$$I = \frac{T^2}{T_1^2} I_1. \quad (8.15)$$

Mõõdame silindri vajalikud joonmõõtmed ja massi vastavalt nihiku ja tehnilise kaalu abil. Kaalume ka lisakoormise.

8.5.6. Kanname Δx ja Ω väärtused graafikule koos piirvea ristidega. Kui güroskoobi siin juhendis refereeritud elementaarteooria meie juhul paika peab, saab katsepunktidest läbi tõmmata sirge, mis läbib kõiki veariste.

Määrame sirge tõusu k , lahendades lineaarse regressioonülesande kas graafiliselt või vähimruutude meetodil [1, p. 39.1, 39.2, 39.3; 2, p. 9]. Suuruste k , m_2 , g ja I kaudu arvutame güroskoobi pöörlemiskiiruse ω (valem (8.13)),

arvutame selle piirvea hinnangu.

8.5.7. Kui pole olemas eraldi rootorit, ei saa p.8.5.6 kirjeldatud meetodikat inertsimomendi määramisel kasutada. Siis tuleb määrata otseselt güroskoobi pöörlemiskiirus, kasutades asjaolu, et güroskoopseadme staatoris olevate avade kaudu on rootor koos sellele kantud numbritega nähtav. Mõõtmiseks kasutame 4. tööjuhendis p. 4.3 kirjeldatud stroboskoopilist valgusallikat. Valemit (8.13) ja p. 8.5.6 kirjeldatud graafikut kasutades arvutame güroskoobi inertsimomendi.

Güroskoobi nurkkiiruse ω mõõdame otseselt ka siis, kui inertsimomenti saab mõõta, võrdleme otsesel ja kaudsel mõõtmisel saadud tulemusi.

8.6. Lisaülesanded

8.6.1. Enne praktikumi

A. Defineerida jõumoment ja punktmassi ning jäiga keha impulsimoment punkti ja telje suhtes.

B. Kuidas antud katseseadme korral määrata güroskoobi kinnispunkti suhtes arvutatud impulsimomendi ja summaarse välisjõu momendi vektorite suund?

C. Selgitada valemi (8.1) alusel, miks ka hästi tugev järsk löök vastu varrast, millega on realiseeritud güroskoobi pöörlemistelg (joon. 8.2), ei muuda oluliselt telje orientatsiooni.

D. Defineerida mehhaanilise süsteemi massikese, esitada valem massikeskme koordinaadi x_c arvutamiseks süsteemi osade massikeskmete koordinaatide x_1, x_2, \dots kaudu.

E. Miks ei võiks valemit (8.9) kasutada töövalemina (8.13) asemel?

F. Esitada valem homogeense silindri inertsimomendi arvutamiseks koos tähiste selgitusega.

G. Esitada tabeli vorm otseselt mõõdetavate ja arvutatavate suuruste $\Delta x, T, \zeta$ väärtuste paigutamiseks.

8.6.2. Pärast praktikumi

H. Asetada lisakoormis güroskoobi vardale pärast voolu väljalülitamist, kui rootori pöörlemiskiirus on oluliselt

vähenenud. Teha seda mitmel korral, üha väheneva pöörlemiskiiruse juures. Mille poolest erineb güroskoobi liikumine suure pöörlemiskiiruse juhust? Anda nähtusele seletus.

8.7. Kirjandus

1. Tammet H. Füüsika praktikum: Metroloogia. - Tln.: Valgus, 1971. - 240 lk.
2. Voolaid H. Mõõtevigade hindamine füüsika praktikumis.- Tartu: TRÜ, 1986, - 56 lk.
3. Saveljev, I. Füüsika üldkursus. - Tln.: Valgus, 1978. - I. - Lk. 128-132.
4. Кортнев А.В. и др. Практикум по физике. - М.: Высшая школа, 1961. - С. 69-73.
5. Сивухин Д.В. Общий курс физики: Механика. - М.: Наука, 1979. - С. 263-280.

9. POISSONI KOEFITSIENDI MÄÄRAMINE ELASTUSMOODULI JA NIHKEMOODULI KAUDU

9.1. Tööülesanne

Poissoni koefitsiendi määramine nihkemooduli ja elastusmooduli kaudu.

9.2. Töö põhimõte ja teooria

Kõiki reaalseid kehi on võimalik deformeerida, kusjuures deformatsiooni all mõistetakse keha osakeste nihkumist üksteise suhtes või nendevahelise keskmise kauguse muutumist. Lihtsaimad deformatsioonid on tõmbedeformatsioon (ka survedeformatsioon) ja nihkedeformatsioon. Kõik keerulised deformatsioonid on taandatavad neile kahele lihtsaimale juhule.

Tõmbe-(surve-)deformatsioon tekib kehas rakenduspinnaga ristuva välisjõu toimetel. Tõmbe-(surve-)deformatsiooni võib iseloomustada keha suhtelise pikenemisega (lühenemisega). Kui keha algpikkus on l ja pikkuse muutus deformeermisel Δl , siis suhteline pikenemine (lühenemine) avaldub

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}. \quad (9.1)$$

Selle deformatsiooniga kaasneb ka keha ristlõike pindala vähenemine (suurenemine). Seda võib kontrollida lihtsa katsega. Vertikaalsele kummitorule aetakse tihedalt peale metallrõngas. Kui kummitoru venitada, väheneb toru diameeter ja rõngas libiseb alla.

Ristlõike mõõtmete muutust tõmbe-(surve-)deformatsioonis võib iseloomustada suhtelise ristsuunalise kokkusurumisega (venitusega) ε_q :

$$\varepsilon_q = \frac{\Delta d}{d}, \quad (9.2)$$

du d on keha mõõde sihis, mis on risti deformeeriva jõu suunaga (eespool toodud näite korral toru diameeter) ja Δd selle mõõtme muutus deformeerimisel.

Suhet

$$\mu = - \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon} \quad (9.3)$$

nimetatakse Poissoni koefitsiendiks (vt. lisaülesanne A). Poissoni koefitsient ei sõltu keha mõõtmetest ja on kõiki- de kehade korral, mis on valmistatud samast materjalist, ühesugune. See koefitsient iseloomustab ainete elastseid omadusi.

Venitatud (kokkusurutud) kehas tekivad ristlõike ulatuses ühtlaselt jaotunud ristlõikepinnaga ristuvad sise- pinged, mille summa ristlõikepinna pindalaühiku kohta on normaalpinge σ . See pinge on võrdeline suhtelise pi- kenemisega (Hooke'i seadus):

$$\sigma = E \varepsilon. \quad (9.4)$$

Konstanti E nimetatakse aine elastsusmooduliks e. Youngi mooduliks.

Nihkedeformatsioon tekib kehas rakenduspinnaga paral- leelse jõu toimel. Tahke keha mistahes osakesi ühendavad sirglõigud, mis pole paralleelseid jõuga, muudavad oma sih- ti, jäädes ikka sirgeteks. Jõuga ristuva sirge kaldenurka θ nimetatakse nihkenurgaks (joon. 9.1). Keha punktide suh- teline nihe võrdub nihkenurga tangensiga, mille väheste deformatsioonide korral võib asendada nurga endaga:

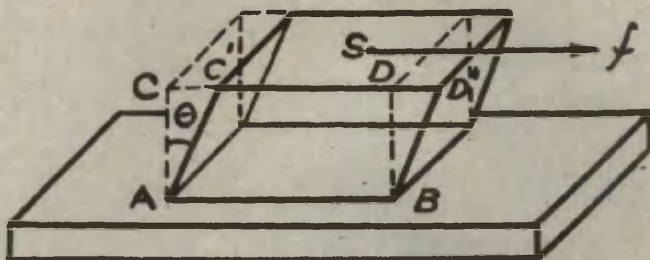
$$\frac{CC'}{CA} = \frac{DD'}{DB} = \tan \theta \approx \theta. \quad (9.5)$$

Sisepingejõud kehas on nüüd paralleelsed jõu rakenduspin- naga, tangentsiaalpinge τ on konstantne kogu keha ruu- mala ulatuses. Hooke'i seadus nihkedeformatsiooni jaoks kirjutatakse kujul

$$\tau = G \theta. \quad (9.6)$$

Konstant G on keha aine nihkemoodul.

Suurused E ja G , samuti nagu μ , on üheselt mää- ratud aine siseehitusega, iseloomustavad aine elastseid



Joon. 9.1. Risttahuka nihkedeformatsioon.

omadusi. Need kolm suurust on omavahel seotud [4, § 78]:

$$\mu = \frac{E}{2G} - 1. \quad (9.7)$$

Käesoleva töö ülesandeks ongi materjali Poissoni koeffitsiendi arvutamine elastsusmooduli ja nihkemooduli eelnevalt määratud väärtuste kaudu. Järgnevalt kirjeldatakse nende kahe suuruse määramise meetodeid. Muidugi tuleb jälgida, et nii elastsus- kui nihkemooduli määramisel kasutatavad kehad oleksid sama marki materjalist.

9.1. ELASTUSMOODULI MÄÄRAMINE PAINDEST

9.1.1. Tööülesanne

Kahest otsast toetuva varda aine elastsusmooduli määramine paindest.

9.1.2. Töövahendid

Uuritavast ainest vardad, stend elastsusmooduli määramiseks, vahend paindenoole mõõtmiseks (mõõtemikroskoop või katetomeeter), vihid, metallmõõtjoonlaud või mõõtlint, nihik, kruvik.

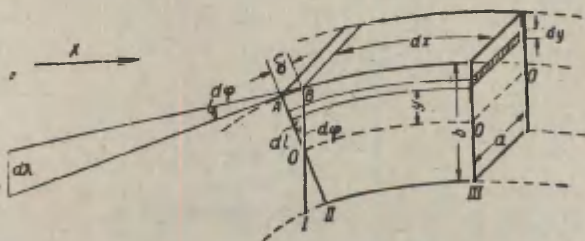
9.1.3. Töö põhimõtte ja teooria

Kui kinnitada elastse varda üks ots liikumatult seina külge, varda teise otsa aga riputada koormis, tekib painde-

deformatsioon. On kergesti mõistetav, et sellise deformatsiooni korral venituvad varda ülemised kihid välja, alumi-
sed aga surutakse kokku. Mõlema kihi vahel paikneb neutraalne kiht, mille pikkus ei muutu - see kiht ainult kõverdub.

Varda vaba otsa nihkumise suurust λ nimetatakse paindenooleks. Paindenool on seda suurem, mida raskem on koormis. Samuti sõltub see varda kujust, mõõtetest ning varda materjali elastsusmoodulist, Paindenoole arvutamiseks võib vaadelda ristkülikukujulise ristlõikega varrast pikkusega L . Ristküliku kõrgus olgu b , laius a .

Asetsegu vaadeldav ristlõige varda vabast otsast kaugusel x . Joonisel 9.2 on toodud nimetatud ristlõikele toetuv varda element pikkusega dx . I tähistagu selle ristlõike sihti enne painet, II aga sama ristlõike sihti naaber-
ristlõike III suhtes varda deformatsiooni tingimustes. Paindeprotsessis läheb lõikepind I asendisse II pöördumise tagajärjel ümber neutraalset kihti läbiva horisontaaltelje.



Joon. 9.2. Paindunud varda element.

Joonisel kujutatud vardaelemendi painet iseloomustab ristlõike sihtide I ja II vaheline nurk $d\varphi$. Pole raske näha, et

$$d\varphi = \frac{\delta}{b} = \frac{2\delta}{b}.$$

Leiame varda vaba otsa nihke, s.t. paindenoole $d\lambda$ eeldusel, et ainult see joonisel 9.2 kujutatud element on deformeeritud, muu osa vardast on sirge. Selleks ehitame punktidest A ja B lõigete II ja I ristsirged ning pikenda-
me neid kuni varda vaba otsani. Nende ristlõikude pikkus on

x . On selge, et ristsirgete vaheline nurk on samuti $d\ell$.
Saame:

$$d\lambda = x d\ell = \frac{2\delta}{b} x . \quad (9.8)$$

Kogu ulatuses paindunud varda paindenoole saamiseks tuleb avaldist (9.8) integreerida. Selleks tuleb avaldada veel δ . Leiame mistahes kohas validud ning neutraalsest kihi kaugusel y asetseva paksusega dy kihi pikenemise $d\ell$. Joon. 9.2 nähtub, et

$$\frac{d\ell}{\delta} = \frac{y}{\frac{b}{2}} , \text{ millest } d\ell = \frac{2\delta}{b} y .$$

Sellise pikenemise peab esile kutsuma jõud dF , mis Hooke'i seaduse kohaselt

$$dF = \frac{E dS d\ell}{dx} .$$

Viimases valemis tähistab E varda materjali elastsusmoodulit, dS venititava kihi ristlõike pindala. Paigutades sellesse valemisse $d\ell$ väärtuse ning asendades $dS = dy$ (vt. joon. 9.2), saame

$$dF = \frac{2 E a \delta}{dx b} y dy .$$

Kogu varda ristlõikele mõjuva pöördemomendi arvutamiseks tuleb arvutada kõikidele elementaarristlõigetele mõjuvate jõudude dF momendid ning hiljem need summeerida.

Elementaarne pöördemoment

$$dM = y dF = \frac{2 E a \delta}{dx b} y^2 dy .$$

Summaarne elastsusjõudude poolt tekitatud pöördemoment

$$M = \int_{-\frac{b}{2}}^{+\frac{b}{2}} \frac{2 E a \delta}{dx b} y^2 dy = \frac{E a \delta}{6 dx} b^2 .$$

Et tasakaalu korral on elastsusjõudude poolt tekitatud pöördemoment võrdne välisjõudude pöördemomendiga, siis

$$M = \frac{E a \delta}{6 dx} b^2 = Px , \quad (9.9)$$

kus P on varda vabale otsale mõjuv koormus, x aga P rakenduspunkti kaugus vaadeldavast ristlõikest.

Asendades δ valemist (9.9) valemisse (9.8), saame:

$$d\lambda = \frac{2}{b} \delta x = \frac{12}{E ab^3} P x^2 dx. \quad (9.10)$$

Kogu paindenoole pikkus

$$\lambda = \int_0^L \frac{12 P}{E ab^3} x^2 dx = \frac{4 PL^3}{E ab^3}. \quad (9.11)$$

Niisugune on paindenoole pikkus vardal, mis on kinnitatud jäigalt ühest otsast ning mille teises otsas ripub koormis. Kui varda mõlemad otsad toetuvad jäikadele tugedele ning koormise P rakenduspunkt on varda keskel, siis paindenoole pikkus arvutatakse samuti valemi (9.11) põhjal. P asemel tuleb sellesse paigutada aga $\frac{P}{2}$ ning integreerida radades 0 kuni $\frac{L}{2}$. Tõepoolest, niisugusel juhul avaldavad mõlemad toetuspunktid vardale vastumõju $\frac{P}{2}$, kuna aga keskmine osa jääb horisontaalseks. Varras, mille toetuspunktid asuvad mõlemas otsas, käitub nii, nagu oleks ta kinnitatud keskelt, otstele, kaugusel $\frac{L}{2}$ varda poolitajast mõjuvad aga üles suunatud jõud $\frac{P}{2}$. Järelikult on niisugusel juhul paindenoole pikkus

$$\lambda = \int_0^{\frac{L}{2}} \frac{12 \frac{P}{2} x^2}{E ab^3} dx = \frac{PL^3}{4 E ab^3}, \quad (9.12)$$

millest

$$E = \frac{PL^3}{4 ab^3 \lambda}. \quad (9.13)$$

9.1.4. Katseseadme kirjeldus

Katseseade on ette nähtud kahest otsast toetatud ning keskelt koormatud varda paindenoole mõõtmiseks. Seadme põhiosadeks on kaks paralleelselt asetatud servadega terasprismat - nendele asetatakse uuritav varras. Prismade vahemaa määrab varda pikkuse L . Varda koormamiseks kasutatavad vihid asetatakse spetsiaalsele hoidjale, mis oma prisma terava servaga toetub varda keskele asetatava teras-

plaadikese soonde. Vihtide hoidja küljes on teravik, mille tipp on viiseriks paindenoole mõõtmisel vertikaalsele statiivile kinnitatud mõõtemikroskoobi või katetomeetriga.

9.1.5. Töö käik

9.1.5.1. Mõõdame elastsusmooduli valemisse (9.11) kuuluvad varda lineaarmõõtmised. Varda laiuse a ja kõrguse b mõõtmiseks on kasutada nihik ja kruvik. Kumbapidi varras prismadele asetada, s.t. kas $a > b$ või vastupidi, ja kumbas mõõtevahendit a ja b mõõtmisel kasutada, tuleb otsustada lisaülesande C lahenduse põhjal. Mõlemad mõõtmised tuleb määrata vähemalt viies erinevas kohas varda pikkuse ulatuses, tulemuste mittekokkulangevust tuleb lõpptulemuse seisukohalt vaadelda kui juhuslikku mõõteviga.

Suuruste a ja b mõõtmise ning statistilise töötlemise tulemused esitame tabelina.

Prismade vahemaa L mõõdame metalljoonlaua või mõõtelindiga.

9.1.5.2. Asetame varda prismadele risti nende servadega (vt. jaotisi prismadel!), olles eelnevalt vardale asetanud vihtide hoidja. Seame hoidja prisma alla terasplaadikese võrdsel kaugusel varda toetusprismadest. Teravustame mõõtemikroskoobi või katetomeetri vihtide hoidja teravikule. Mõõtemikroskoobi kasutamisel on soovitatav reguleerida teraviku kujutis okulaarskaala algusse. Asetame hoidjale vihte, mõõdame vastavad paindenoole algul koormust suurendades, seejärel vähendades. Mõõtemikroskoobi või katetomeetri kasutamise kohta loe nendele riistadele tehase poolt antud juhendist või kogumikust [3, p. 5 ja 6]. Vajaduse korral tuleb mõõtemikroskoobi okulaarskaala jaotise väärtus määrata (mikroskoobi MNP-1 jaoks on jaotise väärtus antud tehase juhendis ja ka raamatus [3, p. 5] sõltuvalt tuubuse pikkusest; jaotise väärtuse veaks loeme pool viimase esitatud kümnendkoha ühikust).

Mõõteandmed P_1 ja λ_1 esitame tabelina. Vihtide nominaalmass on 200 g. Vihi massi piirveaks loeme ühe vihi massi maksimaalse erinevuse nominaalväärtusest (vt. lisaülesanne D).

9.1.5.3. Mõõtmistulemused koos piirvea ristidega kanname graafikule teljestikus λ ja P . Valem (9.12) näitab, et sõltuvus $\lambda = \lambda(P)$ peab olema sirge, seega peab saama tõmmata sirge, mis läbib kõiki veariste. Valemissse (9.13) kuuluva suhte P/λ määrame kui meie sirge tõusu, lahendades lineaarse regressioonülesande graafiliselt või vähimruutude meetodil [1, p. 39.1, 39.2, 39.3; 2, p. 9].

Arvutame elastsusmooduli koos piirveaga.

Mitme varda elastsusmoodul tuleb määrata, on juhendaja otsustada. Kindlasti peab nende hulgas olema terasvarras.

9.2. NIHKEMOODULI MÄÄRAMINE PÖÖRDVÖNKUMISEST

9.2.1. Tööülesanne

Traadi materjali nihkemooduli määramine pöördpendli võnkumise uurimise kaudu.

9.2.2. Töövahendid

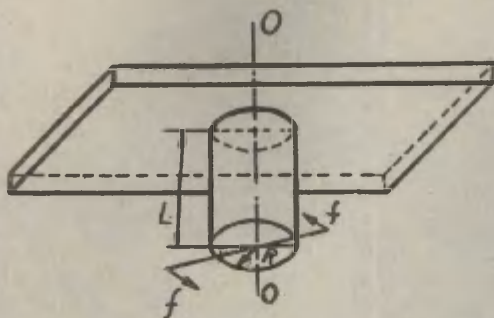
Pöördpendel (uuritav traat tema otsa riputatud ristvarda ja lisakoormistega), kruvik, nihik, kell, tehniline kaal, vihid.

9.2.3. Meetodi teooria ja katseseadme kirjeldus

Käesolevas töös määratakse nihkemoodul väändedeformatsiooni uurimise kaudu. Väändedeformatsioon taandub sisuliselt nihkedeformatsioonile, ta võib aga tekkida ainult jõupaari toimel. Olgu traadi (joon. 9.3) ülemine ots kinnitatud jäigalt. Teist otsa pöörab ümber pikitelje jõupaar F , tekitades momendi M . Traadi pikkus olgu L , ristlõike raadius R .

Traadi erinevad ristlõiked pöörduvad ülemise (kinnitatud) ristlõike suhtes erinevate nurkade võrra. Alumine ristlõige pöörduv ülemise suhtes nurga φ võrra, mida nimetatakse väändenurgaks. Hooke'i seaduse kohaselt on mõjuva jõu moment M võrdeline väändenurgaga:

$$M = D \varphi, \quad (9.14)$$



Joon. 9.3. Traadi väändedeformatsioon.

kus D on keerdjäikus. Keerdjäikus on võrdne momendiga, mis pöörab traadi otsa ühe radiaani võrra. Keerdjäikus on seotud aine nihkemooduliga järgmiselt [4, § 79]:

$$D = G \frac{\pi R^4}{2L}. \quad (9.15)$$

Kui riputada traadi otsa mingi keha ja pöörata seda keha ümber traadi pikitelje nurga φ võrra, siis pärast keha vabastamist hakkab ta võnkuma ümber oma tasakaaluasendi. Sellist võnkumist nimetatakse pöördvõnkumiseks ja seda süsteemi - pöördpendliks. Skalaarse momentide võrrandi ja Hooke'i seaduse alusel võib hõõrdejõudude ignoreerimisel kirjutada liikumise diferentsiaalvõrrandi, vaadeldes üldis-
tatud koordinaadina pendli pöördenurka φ tasakaaluasendist (traadi väändenurka):

$$I\ddot{\varphi} = -D\varphi. \quad (9.16)$$

Siin I on pendli inertsimoment pöörlemistelje (traadi sümmeetriatelje) suhtes. Teisendades saadakse:

$$\ddot{\varphi} + \frac{D}{I}\varphi = 0. \quad (9.17)$$

See on harmoonilise võnkumise diferentsiaalvõrrand, järelikult ringsagedus

$$\omega = \sqrt{\frac{D}{I}}$$

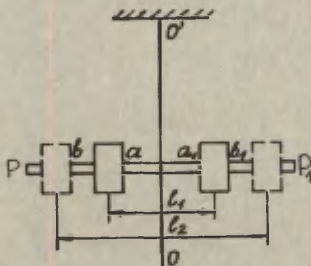
ja võnkeperiood

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{D}}. \quad (9.18)$$

Valemitest (9.18) ja (9.15) saab avaldada nihkemooduli

$$G = \frac{2 LD}{\pi R^4} = \frac{8\pi LI}{R^4 T^2}. \quad (9.19)$$

Siin jääb määramatuks veel pendli inertsimoment, Selle elimineerimiseks kasutatakse spetsiaalse konstruktsiooniga pöördpendlit (joon. 9.4). Kronsteini külge on kinnitatud uuritavast materjalist traat OO' , mille alumises otsas on kinnitatud horisontaalne varras PP_1 võrdse massiga m koormistega. Koormisi võib mööda varrast nihutada; et varras



Joon. 9.4. Pöördpendel.

jääks horisontaalseks, peavad mõlemad kehad alati asuma võrd-
sel kaugusel pöörlemisteljest. Olgu I_1 ja I_2 pöördpendli
inertsimomendid telje OO' suhtes vastavalt koormiste asendis
 aa_1 ja bb_1 , I_0 aga juhul, kui mõlemad koormised asuksid oma
massikeskmetega pöörlemisteljel OO' . Siis Steineri teoreemi
alusel:

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= \frac{1}{2} m \ell_1^2 + I_0, \\ I_2 &= \frac{1}{2} m \ell_2^2 + I_0. \end{aligned} \right\} \quad (9.20)$$

Vastavad võnkeperioodid olgu T_1 ja T_2 ,

$$\left. \begin{aligned} T_1 &= 2\pi\sqrt{\frac{I_1}{D}}, \\ T_2 &= 2\pi\sqrt{\frac{I_2}{D}}. \end{aligned} \right\}$$

Siit tuleb seos võnkeperioodide ja inertsimomentide vahel

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{I_1}{I_2},$$

kust

$$I_2 = \frac{T_2^2}{T_1^2} I_1. \quad (9.21)$$

Süsteemist (9.20) saadakse

$$I_2 - I_1 = \frac{1}{2} m (\ell_2^2 - \ell_1^2);$$

Siit (9.21) arvestades

$$I_1 = \frac{m (\ell_2^2 - \ell_1^2) T_1^2}{2 (T_2^2 - T_1^2)}. \quad (9.22)$$

Valemitest (9.19) ja (9.22) saadakse, asendanud traadi raadiuse R läbimõõduga d :

$$G = \frac{64 \pi L m (\ell_2^2 - \ell_1^2)}{d^4 (T_2^2 - T_1^2)}. \quad (9.23)$$

Valemis (9.22) on kõik suurused katses otseselt mõõdetavad.

Algamplituudi tekitamiseks pööratakse traadi ülemist otsa spetsiaalseadme abil, mis väldib pendli külgvõnkumiste teket.

Traadi pikkus L on antud seadme konstandina.

9.2.4. Töö käik

9.2.4.1. Lisaülesande G lahenduse põhjal otsustame, kas traadi läbimõõtu võib mõõta nihikuga või tuleb seda teha kruvikuga. Läbimõõdu võimalike ebaühtluste arvestamiseks mõõdame läbimõõdu mitmest (vähemalt 5 - 6) kohast, läbimõõdu vahemik hinnangu arvutame Studenti testi või märgitesti abil.

9.2.4.2. Kaalume pendli mõlemad nihutatavad koormised vähemalt niisuguse täpsusega, et koormise massi m suhtelist piirviga võiks teguri R^4 suhtelise piirvea kõrval summas mitte arvestada.

9.2.4.3. Valinud pendli koormiste asendid vastavalt liisaülesande G lahendusele, mõõdame ühes neist asenditest 10 täisvõnke aja vähemalt kolm korda. Kui juhuslikud hälbed keskmisest ei ole kella lubatud veast tunduvalt väiksemad, suurendame mõõtmiste arvu 5 - 6-ni. Mõõdame sama palju kordi ka koormiste teises asendis. Arvutame vahemikhinnangud võnkeperioodidele T_1 ja T_2 .

Koormised tuleb seada võimalikult täpselt samale kaugusele pöörlemisteljest, kasutades pendli ristvarrastele võrdsete vahemaade järel tehtud märke. Silindrikujuliste koormiste massikeskmete vahemaa l_1 (l_2) tuleb mõõta maksimaalse võimaliku täpsusega. Kuidas seda teha, kui silindrite keskkohad pole märgistatud?

9.2.4.4. Arvutame nihkemooduli koos piirveaga.

9.2.4.5. Kasutades siin leitud G väärtust ja töö esimeses osas leitud E väärtust terase jaoks, arvutame terase Poissoni koefitsiendi μ koos piirveaga.

9.3. Lisaülesanded

9.3.1. Enne praktikumi

A. Miks on valemis (9.3) miinusmärk?

B. Milline on Poissoni koefitsiendi võimalike väärtuste vahemik?

C. Kõik elastsusmooduli mõõtmiseks ette nähtud vardad on riskülikukujulise ristlõikega, s.t. $a \neq b$. Valemit (9.12) uurides otsustada, kumb risküliku mõõtmetest on tulemuse täpsuse huvides kasulik valida kõrguseks. Arvestada, et paindenoole mõõtmisel absoluutne viga ei olene paindenoole enda suurusest, elastsusmooduli täpsust mõjustab aga suhteline viga.

Kui eelnev küsimus on lahendatud, tuleb otsustada, kumba mõõtevahendit, nihikut või kruvikut, kumnagi mõõtmel määramisel kasutada. Kruviku täpsus on umbes 10 korda suurem, temaga mõõtmine aga veidi tülikam. Kumba mõõtmel määramisel on nõutav suurem täpsus?

D. Esitada kõige lihtsam meetod E määramisel koormistena kasutatavate vihtide massi piirvea määramiseks. Piir-

veaks loetakse ühe vihi massi maksimaalne erinevus nominaalväärtusest. Kasutada on kangkaal ja kaaluvihtide komplekt.

E. Kirjutage üles vektoriline ja skalaarne momentide vörrand koos sümbolite selgitusega.

F. Kas liikumisvörrand (9.16) on täpne või ligikaudne? Kas pöördpendli algamplituud φ_0 on suvaline või peab piirduma väikeste nurkadega? Kui väikestega?

G. Tuletada valemi (9.23) alusel valem nihkemooduli suhtelise piirvea arvutamiseks. Selle valemi uurimisega teha kindlaks, milliste valemisse (9.23) kuuluvate suuruste mõõtmisel on tarvis erilist tähelepanu pöörata mõõtmistäpsusele.

Suhtelise piirvea valemi uurimise alusel otsustada, kuidas tuleb valida koormiste asukohad a , a_1 ja b , b_1 , et garanteerida nihkemooduli mõõtmisel maksimaalne võimalik täpsus.

9.3.2. Pärast praktikumi

H. Ajavahemike mõõtmisel mehhaanilise ja elektronstopperiga on tulemuse piirviga alati puhtjuhuslik. Võrgutoitega elektrikellade korral lisandub võrgusageduse ebatäpsusest tingitud süstemaatiline viga, mida saab sagedusparandi arvestamisega oluliselt vähendada. Eeldades, et ajavahemiku mõõtmise viga Δt on puhtjuhuslik ja ei sõltu mõõdetava vahemiku pikkusest ja kasutades töös juhendi p.9.2.4.3 täitmisel saadud veahinnanguid, leida, mitme võnke aega tuleks mõõta pöördpendli võnkeperioodide T_1 ja T_2 määramisel, kui tahta piirduda ühekordse mõõtmisega ja nõnda, et teguri $(T_2^2 - T_1^2)$ viga võiks teguri R^4 vea kõrval arvestamata jätta. Kui kasutati võrgutoitega kella, otsustada veel lisaks, mis suguse täpsusega on tarvis mõõta võrgusagedust, et süstemaatilist viga aja mõõtmisel poleks tarvis arvestada.

9.4 Kirjandus

1. Tammet H. Füüsika praktikum: Metroloogia. - Tln.: Valgus. 1971. - 240 lk.
2. Voolaid H. Mõõtevigade hindamine füüsika praktikumis. - Tartu: TRÜ, 1986. - 56 lk.
3. Üldmõõtmiste praktikumi tööjuhendid / Koost. E. Tamm. - Tartu: TRÜ, 1978. - I.- 84 lk.
4. Сивухин Д.В. Общий курс физики: Механика. - М.: Наука, 1973. - С. 384-407.

10. TÕMBEDEFORMATSIOONI UURIMINE

10.1. Tööülesanne

Materjali tõmbediagrammi koostamine ja elastsusmooduli ning kriitiliste pingete määramine.

10.2. Töövahendid

Uuritav traat, tõmbestend, komplekt vihte, riidega kaetud taburet või poroloonmatt, mõõtlint, kruvik, sügavusniik, nitrovärv, lõiketangid, lamemokktangid.

10.3. Sissejuhatus

Aine vastupanuvõimet tõmbele iseloomustab täielikult tõmbediagramm, s.o. väljavenitatud aines tekkiva normaalpinge σ sõltuvust aines välisjõu poolt tekitatud suhtelisest pikenemisest ε näitav funktsioon $\sigma = \sigma(\varepsilon)$ (tavaliselt esitatakse see graafilisel kujul).

Lihtsaim moodus tõmbedeformatsiooni uurimiseks on kirjeldatud juhendis [3]. Vertikaalselt rippuva uuritavast aimest traadi otsa riputatakse tuntud massiga koormisi, mõõdetakse traadi absoluutne pikenemine. Nimetatud meetodiga on aga raske üles võtta tõmbediagrammi, kuna aine voolavuse piirkonnas pole võimalik saavutada tasakaalu. Tõmbediagrammi langeva osa uurimine aga on hoopiski võimatu (miks?).

Tõmbediagrammi määramiseks ettenähtud seadmetes talitatakse vastupidiselt eelnimetatud meetodiga: argumendina antakse ette deformatsioon ja registreeritakse tekkiv pinge [4]. Niisugune moodus on põhimõtteliselt parim, kuid ta nõuab rahuldava mõõtmistäpsuse saamiseks keerulisi seadmeid.

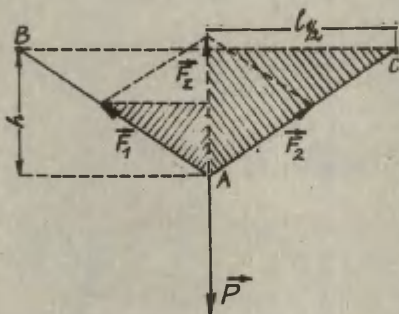
Allpool kirjeldatav meetod sarnaneb rohkem esimese moodusega, võimaldab aga saavutada tasakaalu voolavuse piirkonnas ja isegi tõmbediagrammi aeglaselt langevas osas.

Meetodi eelisteks on veel seadmete lihtsus ja katse õpetlikkus staatika seaduste demonstreerimiseks.

10.4. Meetodi teooria ja katseseadme kirjeldus

Uuritava traadi asend on horisontaalne. Traat on mõlemast otsast jäigalt kinnitatud ja tema keskpunkti riputatakse koormis massiga m . See võimaldab:

- 1) tekitada jõust $P = mg$ märksa suuremat pingutusjõudu,
- 2) saavutada tasakaalu voolavuse piirkonnas, sest traadi venimise korral pingutusjõud väheneb, ilma et seejuures koormust muudetaks.



Joon. 10.1. Koormatud traat tasakaalulukorras.

Joonisel 10.1 on B ja C traadi kinnituspunktid. Punktis A on rakendatud kolm üksteist tasakaalustavat jõudu: raskusjõud $\vec{P} = m\vec{g}$ ja kaks traadi pingutusjõudu \vec{F}_1 ja \vec{F}_2 . Sümmeetria tõttu $F_1 = F_2 = F$. Pingutusjõudude resultandi \vec{F}_Σ moodul $F_\Sigma = P$. Viirutatud kolmnurkade sarnasuse tõttu kehtib võrre

$$\frac{\frac{1}{2} F_\Sigma}{F} = \frac{h}{\sqrt{h^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2}}, \quad (10.1)$$

kus h on traadi läbivajumine ja $\frac{l}{2}$ on pool kinnituspunktide vahemaast. Siit

$$F = \frac{mg \sqrt{h^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2}}{2h}. \quad (10.2)$$

Pingutusjõu F kaudu saab arvutada normaalpinge traadis (vt. lisaülesanne B). Tegelikku normaalpinge leidmiseks tuleks F jagada tegeliku ristlõikepindalaga S , mis on koormatud olekus traadi ahenemise tõttu algristlõikepindalast veidi väiksem. Tugevusõpetuses ei kasutata aga peaaegu kunagi tegelikku normaalpinget, vaid alati tinglikku, mis defineeritakse kui pingutusjõu F ja traadi algristlõikepindala (venitamata olekus) $S_0 = \frac{1}{4} \pi d_0^2$ suhe:

$$\sigma = \frac{F}{S_0} = \frac{2 \, mg \sqrt{1 + \left(\frac{l_{1/2}}{h}\right)^2}}{\pi d_0^2}. \quad (10.3)$$

On vaja arvutada veel suhteline pikenemine $\varepsilon = \Delta l / l_0$. Traadi pikkus deformeeritud olekus on

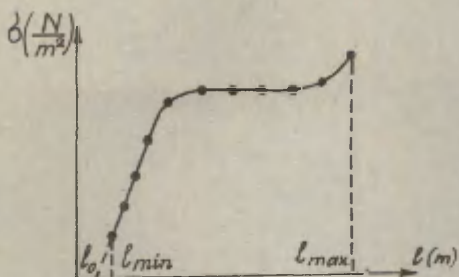
$$l = 2 \sqrt{h^2 + l_{1/2}^2}. \quad (10.4)$$

Pikenemise avaldise

$$\Delta l = 2 \sqrt{h^2 + l_{1/2}^2} - l_0, \quad (10.5)$$

kus l_0 on algpikkus, võib küll välja kirjutada, aga praktiliseks kasutamiseks ta ei kõlba (vt. lisaülesanne C). See tõttu kasutatakse siin tõmbediagrammi koostamisel veidi kunstlikuna näivat võtet. Koordinaattelgedele kantakse suuruste σ ja l väärtuste skaala (vt. joon. 10.2). σ -teljel võetakse koordinaatteljestiku algpunkt nullpunktiks. l -telg jagatakse nii, et kõige väiksem ja kõige suurem katses esinenud väärtus l_{\min} ja l_{\max} asuksid nii, nagu joonisel 10.2 näidatud. l -skaala kantakse abstsissitelje kohale, jättes ruumi telje all vabaks. Nüüd kantakse koordinaattasandile kõik katsepunktid ja joonistatakse läbi nende kõver. Hooke'i seaduse järgi peab selle kõvera algosa olema sirge, mis võimaldab kõverat joonlaua abil jätkata l -teljeni (joonisel punktiir). Niiviisi saab teada seni tundmatuks jäänud täpse l_0 väärtuse.

Nüüd võib juba välja arvutada Δl ja ε väärtused ja koostada tõmbediagrammi tavalisel kujul (teljed ε ja σ). Viimast tööd saab aga ratsionaliseerida. Et ε sõltub pikkusest l lineaarselt, siis on vaja ainult kanda abstsissiteljele l väärtustele vastavad ε väärtused. Selleks järe-



Joon. 10.2. Tõmbediagramm.

tigi varem telje alla ruumi. Kõigepealt arvutatakse $\varepsilon(l_{\max})$ ja valitakse ε -telje jaotise sobiv väärtus (nii et kogu abstsissitelg jaguneks umbes kümneks). Nüüd arvutatakse l väärtused, mis vastavad ε -telje jaotiste piiridele. Et $\varepsilon = (l - l_0)/l_0$, siis

$$l = (1 + \varepsilon) l_0. \quad (10.6)$$

Niiviisi abstsissstelje alumisele küljele kantud ε jaotised ei lange kokku paberi ruutvõrgu jaotistega. Seepärast tõmmatakse ε -skaala iga kriipsu kohale värviline vertikaalsirge. Sirge $\varepsilon = 0$ tõmmatakse aga samasuguse joonega kui koordinaatteljed: see sirge on tõmbediagrammi õige ordinaattelg.

Tõmbediagrammilt saab leida võrdelisuse piiri, voolavuse piiri, tugevuse piiri ja elastsusmooduli. Elastsusmoodul on tõmbediagrammi sirge osa tõus:

$$E = \frac{16}{4\varepsilon}. \quad (10.7)$$

Katseseade kujutab endast profiilterasest latti, mille mõlemas otsas on klambrid uuritava traadi kinnitamiseks. Klambritevahelise vahemaa keskpunktis on lati servadel töödeldud pinnad sügavusnihiku aluse asetamiseks. Nihiku mõõtevarb suunatakse läbi vastava ava või pilu.

Koormistena kasutatavate vihtide nominaalmassid on antud vihikomplekti tunnistusel.

10.5. Töö käik

10.5.1. Traadi otsi ei tohi klambrites liiga tugevasti kinni suruda, muidu katkeb klambri poolt deformeeritud traat kinnituskohas juba väikeste koormuste korral. Kuid traat ei tohi ka libiseda kinnituskohas. On tarvis leida klambri minimaalne surve, mis veel väldib libisemise. Selleks teeme eelkatse lühikese traaditükiga. Asetame traaditüki keskelt klambri pinnal olevasse soonde, surume õrnalt kinni. Tõmbame traadi ühest otsast lamemokktangidega, teine ots peab ulatuma läbi klambri, nii et tema järgi oleks lihtne jälgi da traadi libisemist kinnituses. Suurendame vähehaaval survet, kuni traat ei libise enne katkemist. Jätame meelde liblikmutri asendi. Kordame sama teise klambriga.

10.5.2. Määrame seadme konstandi h_0 - sügavusnihiku näidu täiesti sirgeks pingutatud traadi korral. Selleks lõikame paraaja tüki traati, kinnitame ta ühest otsast klambritesse. Teise otsa pistame läbi teise klambri, pingutame traadi tangidega sirgeks ja kinnitame klambri. Mõõdame h_0 . Katse juures pannakse traadi keskele konks vihtide riputamiseks, konksu traadi läbimõõt olgu d' . Koormatud traadi läbivajumist mõõdame just konksu pealt, tähistame sügavusnihiku näidu h_Σ . Suuruste h_Σ , h_0 ja d' järgi arvutame hiljem läbivajumise h (vt. lisaülesanne E).

10.5.3. Põhikatses võtame uue traadi. Mõõdame traadi läbimõõdu d kruvikuga vähemalt kümnest eri kohast, arvutame läbimõõdule vähemikhinnangu. Kinnitame traadi klambritesse, nii et see on oma raskuse tõttu veidi läbi vajunud (vt. lisaülesanne C). Klambrite kinnitamisel juhindume eelkatse tulemustest. Mõõdame traadi kinnituspunktide vahemaa $2\ell_{1/2}$. Et olla veendunud, et traat pole katse jooksul klambrites libisenud, teeme traadile kinnituskohtade juures nitrovärviga märgid. Kaalume konksu tehnilisel kaalul, riputame ta täpselt traadi keskele, asetame konksu alla riidega kaetud tabureti või poroloonmati langevate vihtide püüdmiseks.

10.5.4. Riputame konksu otsa koormisi, mõõdame h_Σ vää-

tused. Konksu enda loeme esimeseks koormiseks. Et saada Hooke'i seaduse kehtivuse piirkonnas võimalikult palju punkte, tuleb algul valida koormuse väärtuste rida nii tihe, kui vihikomplekt võimaldab. Koormustel üle 1 N on soovitatav rida valida sellise süsteemi kohaselt:

- a) üks viht,
- b) sama viht + neli korda kergem viht,
- c) sama viht + kaks korda kergem viht,
- d) kaks korda raskem viht,

jne., kuni traat katkeb.

Tabellisse protokollis kanname kasutatud vihtide numbrid ja h_{Σ} iga katsepunkti jaoks, samuti kõigi vihtide massid vihikomplekti tunnistuselt (koos piirvigadega).

10.5.5. Mõõteandmed töötlemise arvutil (ABK-2, MERA CAMAC) dialoogirežiimis. Arvuti poolt väljastatud tulemuste järgi ehitame p. 10.4 kirjeldatud graafiku (argumendi topeltskaalaga tõmbediagrammi). Kanname sinna ka ε ja σ vealõigud, ehitame veakoridori. Arvuti poolt suures koondtabelis väljastatud piirvea väärtused suuruste ℓ , ε ja σ jaoks on arvutatud otseselt mõõdetud suuruste veahinnangute alusel ja sisaldavad nii kõikide katsepunktide jaoks ühist (süsteemaatilist) kui ka punktist punkti muutuvat (juhuslikku) komponenti. Määrame tõmbediagrammilt kriitilised pinged - võrdelisuse piiri, voolavuse piiri ja tugevuse piiri (vt. lisäülesanne F).

10.5.6. Algpikkus ℓ_0 ja elastsusmoodul E arvutatakse vähimruutude meetodil regressioonsirge konstantidena. Nendele suurustele arvuti poolt väljastatavad veahinnangud sisaldavad ainult juhuslikku komponenti. Süsteemaatilise vea hinnangu konstrueerime graafiliselt. Selleks ehitame tõmbediagrammi sirge osa katsepunktide järgi eraldi paberil teljestikes $\ell - \sigma$ ja $\varepsilon - \sigma$. Läbi katsepunktide tõmbame (silma järgi) neid punkte võimalikult hästi lähendavad sirged (graafiline regressioonsirge). Arvuti poolt väljastatud konstantide järgi ehitame vähimruutude meetodil saadud regressioonsirged. Kanname graafikutele süsteemaatilise vea hinnangud (vt. lisäülesanne I), määrame ℓ_0 süsteemaatilise piirvea, arvutame sama E jaoks. Leiame süsteemaatiliste

ja juhuslike vigade ühendatud hinnangu.

ℓ - σ graafikule kanname ka kinnituspunktide vahemaa - $2\ell_{1/2}$.

10.6. Andmetöötluse algoritmi kirjeldus

Kogu andmetöötlus tehakse dialoogirežiimis arvuti juhendamisel.

Arvuti küsimuste järgi sisestame oma nime, seadme konstandid - kinnituspunktide vahemaa ℓ /mm/, sügavusnihiku algnäidu h_0 /mm/, konksu läbimõõdu d' /mm/, konksu massi m_k /g/, vihikomplekti kõikide vihtide massid m_i /g/ koos piirvea hinnangutega, seejärel mõõtetulemused - sügavusnihiku näidu $h_{\Sigma i}$ /mm/ ja kasutatud vihtide numbrid N_i iga katsepunkti jaoks. Konksu number on 0, see sisestatakse alati viimasena, see on siis ka vihtide rea lõputunnus. Arvuti väljastab kuvari ekraanile (ja soovi korral ka paberile) traadi pikkused ℓ_j ja normaalpinged σ_j . Kanname esimesed katsepunktid kiiresti millimeeterpaberil graafikule, kuni märkame ilmset kõrvalekallet sirgest, teatame arvutile graafiku sirge osa punktide oletatava arvu (soovitav algul anda veidi rohkem punkte). Arvuti väljastab regressioonsirge $\sigma = k\ell + \sigma_0$ konstandid k , σ_0 ja katsepunktide hälbed sirgest. Hälvete profiili järgi tuleb otsustada, kas muuta (vähendada) punktide arvu või mitte. Lõplikult valitud punktidest paneb arvuti läbi regressioonsirge, mille korral $-\sigma_0/k$ ongi traadi algpikkuse lõplik hinnang meie katses.

Edasi arvutatakse suhtelised pikenemised ε . Et tõmbediagrammi $\sigma = \sigma(\varepsilon)$ sirges osas on veakoridori kujundamisel määrav osa ε juhuslikul veal, siis valitakse regressioonsirge argumendiks σ , leitakse sirge $\varepsilon = k_1\sigma$ tõusu pöördväärtusena elastsusmoodul E .

Edasi trükitakse täielik andmetabel, kus sisestamise õigsuse kontrolliks on toodud ka sisestatud andmed. Tabel sisaldab suurusi m , h_{Σ} , h , ℓ , σ , ε ; viimased kolm koos piirvea (juhuslike ja süstemaatiliste vigade summa) hinnanguga. Eraldi trükitakse veel ℓ , σ ja ε süstemaatiliste vigade hinnangud. Lõpuks väljastatakse mõlema regressioonsirge konstandid k , σ_0 ja k_1 ning viimase pöördväärtus E .

koos juhuslike piirvigadega.

10.7. Lisaülesanded

10.7.1. Enne praktikumi

A. Joonestada tõmbediagrammi üldkuju [5]. Tähistada seal kriitilistele pingetele vastavad punktid.

B. Kas pingutusjõudu F tuleb vaadelda ainult kui punktis A rakendatud jõudu või on tal ka laiem tõlgendus? Kas see on mingi välisjõud või traadi aine sisejõud? Milline on selle jõu füüsikaline tekkemehhanism?

C. Miks ei või traadi algpikkust ℓ_0 lugeda võrdseks kinnituspunktide vahemaaga $2\ell_{1/2}$? Siis poleks ju vaja kogu seda p. 10.4 lõpus kirjeldatud tülikat protseduuri ℓ_0 määramiseks!

Kui traat tõmmata pingule enne kinnitamist klambrites, siis näib kehtivat võrdus $\ell_0 = 2\ell_{1/2}$. Kas aga see on nii? Kas p. 10.4 kirjeldatud katse metoodika on ka sel juhul õige? Kui ei, siis millised tulemused on sel juhul valed, millised on õiged?

D. Joonestada katsetulemuste järgi ehitatud tõmbediagrammile pliiatsiga juurde tõmbediagrammi arvatav kuju juhu jaoks, kui traat oleks eelpingestatud.

E. Tuletada valem h arvutamiseks suuruste h_{Σ} , h_0 ja d' kaudu.

F. Kas kõik katsetulemused on usaldatavad, kui traat katkeb klambri alt? Millised tulemustest see rikub?

G. Tuletada valemid ℓ , σ ja ε piirvigade arvutamiseks funktsiooni lineariseerimise meetodil [1, p. 38.4; 2, p. 7]. Iga liige saadud avaldistes sisaldab ühe otseselt mõõdetava suuruse piirviga. Leida, missugused liikmed annavad summas süstemaatilise vea hinnangu. Konkreetse arvutusnäite varal leida, missuguseid liikmeid võib teiste kõrval ignoreerida. Arvutusnäide tehakse pärast praktikumi, kui on olemas vastavad andmed.

H. Algpikkuse ℓ_0 süstemaatiline viga leitakse graafiliselt (vt. p. 10.5.6). Ometigi väljastab arvuti suuruse ε väärtuste süstemaatilise vea hinnangud, ε arvutatakse aga

l₀kaudu. Kuidas saab seda teha, kust võtab programm vajalikud andmed?

I. Kas süstemaatiliste vigade kandmisel graafikule (p. 10.5.6) on õigem vealõigud kanda katsepunktide külge või argumendi mõõdetud väärtustele vastavate regressioonsirge punktide külge?

10.7.2. Pärast praktikumi

J. Teha katseseadme skžem, märkides seal ära kõik mõjuvad jõud (ka toereaktsioonijõud). Millised deformatsioonid on võimalikud seadme profiillatis?

K. Hinnata profiillati lühenemist suurima kasutatud koormuse korral meie katses. Terasse elastsusmooduliks võtta $2,1 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$. Mõõta ristlõikepindala arvutamiseks vajalikud suurused, traadi tõmbejõud lugeda rakendatuks ühtlaselt lati ristlõikes traadi kinnituskohas.

Hinnata lati deformeerumisest tingitud meetodilist viiga traadi pikkuse l arvutamisel. Võrrelda seda varem hinnatud mõõteveaga.

10.8. Kirjandus

1. Tammet H. Füüsika praktikum: Metroloogia. - Tln.: Valgus, 1971. - 240 lk.
2. Voolaid H. Mõõtevigade hindamine füüsika praktikumis. - Tartu: TRÜ, 1986. - 55 lk.
3. Lang J., Mets G., Pae A. Füüsika praktikum. - Tln.: ERK, 1960. - Lk. 117-120.
4. Ollik K., Roots O. Tugevusõpetus. - Tln.: ERK, 1965. - Lk. 388-397, 514-526.
5. Стрелков С.П. Механика. - М.: Наука, 1975. - С. 282-291.

11. VEDRUPENDLI VABAVÕNKUMISE UURIMINE

11.1. Tööülesanne

Tutvumine vertikaalse vedrupendli vabavõnkumisega väikese ja suure sumbuvuse korral.

11.2. Töövahendid

Seinale kinnitatud konsool selle küljes oleva sentimeeterjaotistega joonlauaga, komplekt vedrusid ja koormisi, anum veega, stopper.

11.3. Töö teooria ja seadme kirjeldus

Vedrupendel on ülemisest otsast jäigalt kinnitatud vertikaalne silindriline spiraalvedru koos tema otsas rippuva koormisega. Kui riputada koormis massiga m vedru külge, toetades seda alt, ja lasta koormist hästi aeglaselt alla vajuda, jääb süsteem tasakaaluolekusse, kusjuures vedru on pikenenud (tema alumine ots nihkunud) Δl_0 võrra ($\Delta l_0 = \Delta A_1$ joonisel 11.1). Hooke'i seaduse alusel võib kirjutada:

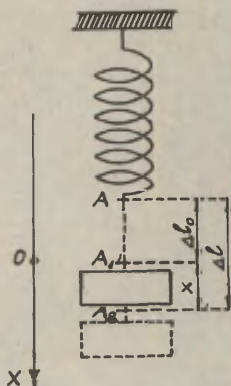
$$F = mg = k \Delta l_0. \quad (11.1)$$

Võrdetegur k näitab jõudu, mille mõjul vedru pikeneb ühiku võrra, teda nimetatakse vedru jäikusteguriks.

Kui nüüd koormis viia välisjõu toimet tasakaaluasendist vertikaali mööda välja ja vabastada, hakkab pendel vertikaalselt võnkuma (vt. lisaülesanne C). Mingis suvalises asendis (A_2 joonisel 11.1) olgu vedru pikenemine Δl ; koormisele mõjuva summaarse jõu saab arvutada

$$F = k \Delta l - mg = k (\Delta l - \Delta l_0) = kx. \quad (11.2)$$

x on koormise nihe tema tasakaaluasendist. Kui vedrupendel asub õhus, siis võib takistusjõudu ignoreerida ja kvaasi-elastne jõud F on ainus liikumisel mõjuv jõud; on lihtne



Joon. 11.1. Vertikaalne vedrupendel.

veenduda, et see on alati suunatud tasakaaluasendi (A_1) poole. Newtoni II seaduse põhjal saab kirjutada liikumise diferentsiaalvõrrandi

$$m\ddot{x} = -kx. \quad (11.3)$$

See on harmoonilise võnkumise võrrand - takistusjõudude mittearvestamisel võngub vedrupendel harmooniliselt, vabavõnkumist võib tinglikult lugeda omavõnkumiseks. Võrrandi (11.3) lahendiks on siinusfunktsioon:

$$x = A \sin(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (11.4)$$

Sümbolite A , φ_0 , ω_0 tähenduse kohta vt. lisaulesanne B. Sellise võnkumise periood on määratud koormise massi ja vedru jäikusteguriga:

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}. \quad (11.5)$$

Kui vedrupendel võngub õhust tunduvalt tihedamas keskkonnas, näiteks vedelikus, ei saa keskkonnatakestust ignoreerida. Et keskkonnatakestuse põhjuseks on sisehõõrdejõud, osutub takistusjõud võrdeliseks pendli koormise kiirusega ja liikumise diferentsiaalvõrrand võtab kuju:

$$m\ddot{x} = -kx - h\dot{x}. \quad (11.6)$$

Konstant h on hõõrdejõu tegur (antud juhul ka keskkonna takistustegur). Tegur h sõltub keskkonna sisehõõrde-
tegurist ja keskkonnas liikuva keha kujust ja mõõtmetest. See on sumbuuvõnkumise võrrand; selle lahend on

$$x = A_1 e^{-\gamma t} \sin(\omega_1 t + \varphi_1). \quad (11.7)$$

Siin γ on sumbetegur:

$$\gamma = \frac{h}{2m}, \quad (11.8)$$

ω_1 on sumbuuvõnkumise (vabavõnkumise) ringsagedus:

$$\omega_1 = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}, \quad (11.9)$$

φ_1 on algaas. Konstandi A_1 tähendus sõltub algtingimustest (võnkumise tekitamise viisist) (vt. lisaülesanne D); korrutist $A_1 e^{-\gamma t}$ võib tinglikult nimetada amplituudiks ajamomendil t (muidugi ainult nende ajahetkede korral, millele vastab siinusfunktsiooni väärtus 1 valemis (11.7); vt. lisaülesanne E).

Sumbuvuse iseloomustamiseks kasutatakse sageli sumbu- vuse logaritmilist dekrementi Θ , mis avaldub järjesti- kuste amplituudide suhte kaudu:

$$\Theta = \ln \frac{A(t)}{A(t + T_1)} \quad (11.10)$$

(vt. lisaülesanne F), $T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1}$ on sumbuvvõnkumise peri- ood (jällegi tinglik nimetus - miks?).

Valem (11.10) on Θ katseliseks määramiseks vähesobiv, ta annab järjestikuste amplituudide lähedaste väärtuste korral suure mõõtevea (miks?). Sageli kasutatakse sellist võtet: pendlile antakse algamplituud A_1 , vabastatakse ta tõuketa, mõõdetakse aeg $t' = nT_1$, mille jooksul amplituud on vähenenud mingi ettevalitud väärtuseni ($A(t')$). Et $A(t') = A_1 e^{-\gamma t'}$, siis

$$\ln \frac{A_1}{A(t')} = \ln \frac{1}{e^{-\gamma t'}} = \gamma nT_1.$$

Lisaülesande F lahendina saime $\Theta = \gamma T_1$, seega

$$\Theta = \frac{1}{n} \ln \frac{A_1}{A(t')} = \frac{T_1}{t'} \ln \frac{A_1}{A(t')}. \quad (11.11)$$

Käesoleva töö eesmärgiks on harmoonilise võnkumise pe- rioodi avaldise (11.5) katseline kontroll ja sumbuvvõnku- mist iseloomustavate suuruste mõõtmine.

Töös kasutatavate koormiste, samuti vedru ja koormise vahele pandavate, osutiga varustatud vahelülide massid on antud seadme konstantidena (kirjutatud koormistele); luba- tud viga ei ületa 0,5 % nominaalmassist. Joonlauale on sen- timeeterjaotised kantud 1 mm täpsusega nullkriipsu suhtes.

11.4. Töö käik

11.4.1. Vedru de jäikustegurite staatiline määramine.

Mõõdame vedru pikenemise Δl_0 tuntud koormuse P mõjul, iga vedru korral vähemalt viie erineva koormisega. Joonestame sõltuvused $P = f(\Delta l_0)$. Nende sirgete tõusud määrame lineaarregressiooni graafilisel meetodil [1, p. 39.1, 39.2; 2, p. 9]. Võib muidugi kasutada ka vähimruutude meetodit [1, p. 30.10, 39.3, 39.4, 39.5; 2, p. 9, käesoleva kogumiku p. 03].

11.4.2. Kinnitame suvaliselt valitud vedru ülemise otsa tugevasti konsooli külge. Alumise otsa külge paneme traadist vahelüli, selle küljes oleva osuti seame joonlauale kinnitatud juhttraatide vahele, riputame vedru otsa sobiva koormise ($\Delta l_0 \geq 10$ cm). Tekitame võnkumise, arvestades liisaülesande A lahendit. Vedru kinnitamise ja võnkumise tekitamise nõudeid arvestame ka edaspidi. Mõõdame 5...10 võnke aja vähemalt 10...15 korda (vt. käesoleva kogumiku p. 01), arvutame ühekordse mõõtmise tulemuse standardhälbe hinnangu [2, valem (4.5)]. Edaspidi mõõdamegi võnkeperioodi määramisel 5...10 võnke aegu üksainus kord, juhusliku vea loeme normaaljaotusele alluvaks ja kasutame siin määratud standardhälbe hinnangut (vt. käesoleva kogumiku p. 02). Võrgutoitega elektristopperi kasutamisel tuleb arvestada ka võrgusageduse ebatäpsusest tingitud süstemaatilist viga (vt. käesoleva kogumiku p. 01).

11.4.3. Vedrupendli omavõnkumise perioodi sõltuvus koormise massist. Mõõdame vedrupendli võnkeperioodi vähemalt viie erineva koormise korral (sama vedru). Perioodi mõõtmisel arvestame eelmises punktis öeldut.

Kanname katsepunktid koos piirvigadega graafikule teljestikus $m - T^2$ (vt. lisaülesanne G). Kui on võimalik joonestada kõiki veariste läbiv sirge, kajastab valem (11.5) sõltuvust $T = T(m)$ meie katse täpsuse piirides õigesti (vt. lisaülesanne I).

Määrame graafilise regressiooni või vähimruutude meetodil sirge tõusu, arvutame jäikusteguri k , võrdleme staa-

tilisel meetodil saaduga.

11.4.4. Vedrupendli omavõnkumise perioodi sõltuvus vedru jäikustegurist. Määrame vedrupendli võnkeperioodi vähemalt viie erineva vedru ja sama koormise korral. Kanname katsepunktid koos piirvigadega graafikule sobivalt valitud teljestikus (vt. lisaülesanne G). Jäikusteguri k väärtused võtame p. 11.4.1 saadud tulemustest. Kui on võimalik joonestada kõiki veaariste läbiv sirge, kajastab valem (11.5) sõltuvust $T = T(k)$ meie katse täpsuse piirides õigesti.

Määrame graafilise regressiooni või vähimruutude meetodil sirge tõusu, arvutame koormise massi m , võrdleme nominaalmassiga (vt. lisaülesanne I).

11.4.5. Vedrupendli sumbuuse logaritmilise dekremendi ning keskkonna takistusteguri määramine. Riputame vedru otse koormise ning paigutame selle veega täidetud anumasse. Anname pendlile mingi algamplituudi A_1 ja mõõdame võnkeperioodi T_1 ning aja t' , mille jooksul amplituud väheneb mingi väärtuseni $A(t')$. Siin tuleb neid mõlemaid suurusi mõõta vähemalt 6 korda. Leiame märgitesti abil T_1 ja t' vahemikhinnangud, arvutame Θ .

Kordame katset veel kahe, esimesest erineva algamplituudi korral. Teeme kindlaks, kas sumbuus sõltub algamplituudist.

Vahetame koormise teise sama massiga, kuid erineva läbimõõduga koormise vastu, kordame katset. Teeme järelduse: kuidas sõltub sumbuus koormise mõõtmetest.

11.4.6. Juhendaja nõudmisel lahendame lisaülesanded H ja I.

11.5. Lisaülesanded

11.5.1. Enne praktikumi

A. Mis juhtub, kui vedrupendlile anda välisjõu toimet alghälve tasakaaluasendist $x_{\max} > \Delta l_0$?

B. Anda sümbolite A , φ_0 ja ω_0 selgitus valemis (11.4)

C. Kuidas tekitada vedrupendli võnkumine, nii et algfaas (φ_0 või φ_1) oleks 0, $\frac{\pi}{2}$, π , $\frac{3\pi}{2}$? Kuidas aga

teha nii, et algfaas oleks nendest väärtustest erinev?

D. Milliste algtingimuste korral tähendab A_1 (valem 11.7) algamplituudi? Mida tähendab see aga teistsuguste algtingimuste korral?

E. Miks korrutist $A_1 e^{-\gamma t}$ võib amplituudiks nimetada ainult tinglikult ka nende ajahetkede korral, millele vastab $\sin(\omega_1 t + \phi_1) = 1$?

F. Kas sumbuvasse logaritmilist dekrementi Θ saab avaldada ainult järjestikuste amplituudide kaudu või võib seda kuidagi teha ka (mitte maksimaalsete) hälvete kaudu? Tuleb seos Θ , γ ja võnkeperioodi T_1 vahel!

G. Miks on andmete töötlemisel p. 11.4.3 järgi kasulik ordinaatteljele kanda mitte periood T , vaid T^2 ? Millised suurused tuleks samal eesmärgil kanda koordinaattelgedele p. 11.4.4?

11.5.2. Pärast praktikumi

H. Defineerida võnkuva süsteemi relaksatsiooniaeg ja hüvetegur. Arvutada mõlemad suurused meie vedrupendli jaoks nii õhus kui vees võnkumise korral.

I. Küllaldase katsetäpsuse juures osutub, et massi väikeste väärtuste korral kalduvad katsepunktid sirgest $T^2 = T^2(m)$ süstemaatiliselt kõrvale (ülespoole). Samuti tuleb p. 11.4.4 järgi määratud massi väärtus suurem kasutatud koormise nominaalmassist. Miks?

11.6. Kirjandus

1. Tammet H. Füüsika praktikum: Metroloogia. - Tln.: Valgus, 1971. - 240 lk.
2. Voolaid H. Mõõtevigade hindamine füüsika praktikumis. - Tartu: TRÜ, 1986. - 55 lk.
3. Saveljev I. Füüsika üldkursus. - Tln.: Valgus, 1978. - I.- Lk. 169-173, 190-194.
4. Физический практикум: Механика и молекулярная физика. - М.: Наука, 1967. - С. 156-158.

12. RASKUSKIIRENDUSE MÄÄRAMINE FÜÜSIKALISE PENDLIGA

12.1. Tööülesanne

Raskuskiirenduse määramine.

12.2. Töövahendid

Füüsikaline pendel - pikk metallvarras koos kahe temale kinnitatava prismaga, statiiv või seinale kinnitatud konsool skaalaga nurkhälvete mõõtmiseks, automaatseade aja mõõtmiseks ja võngete arvu loendamiseks, metallmõõtlint või -joonlaud.

11.3. Teoreetiline sissejuhatus

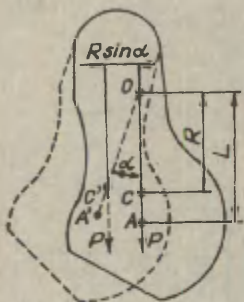
Füüsikaliseks pendliks on iga keha, mis võib pöörduda horisontaalse telje ümber ja mille massikese ei asetse pöörlemisteljel. Selline keha on stabiilses tasakaalus, kui tema massikese paikneb pöörlemistelge läbival vertikaalil teljest madalamal.

Läbigu punkti O keha (füüsikalise pendli) horisontaalne pöörlemistelg, C on massikese; nendevaheline kaugus olgu R (joon. 12.1). Selle ühe vabadusastmega süsteemi (vt. lisaülesanne A) liikumise kirjeldamisel on otstarbekas valida üldistatud koordinaadiks süsteemi pöördenurk tasakaaluasendist α . Hõrdejõude arvestamata on ainsaks mõjuvaks väliseks jõumomendiks pöörlemisteljesuhtes pendli enda raskusjõu moment. Dünaamika põhivõrrand (momentide võrrand) kirjutatakse kujul (vt. lisaülesanne B)

$$I \ddot{\alpha} = -mgR \sin \alpha, \quad (12.1)$$

kus I on pendli inertsimoment pöörlemistelje suhtes, m - pendli mass, g - raskuskiirendus. Siit tuleneb füüsikalise pendli liikumise diferentsiaalvõrrand:

$$\ddot{\alpha} + \frac{mgR}{I} \sin \alpha = 0, \quad (12.2)$$



Joon. 12.1. Füüsikaline pendel.

mis väikeste nurkhälvete korral ($\sin \alpha \approx \alpha$) taandub harmoonilise võnkumise diferentsiaalvõrrandiks:

$$\ddot{\alpha} + \frac{mgR}{I} \alpha = 0. \quad (12.3)$$

Selle võrrandi lahend on teatavasti:

$$\alpha = A \sin(\omega_0 t + \varphi_0), \quad (12.4)$$

kus A on pendli nurkamplituud, φ_0 - algfaas ja ω_0 - ringsagedus:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{mgR}{I}}. \quad (12.5)$$

Viimasest tuleneb valem võnkeperioodi jaoks:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgR}}. \quad (12.6)$$

Et anda perioodi valemile matemaatilise pendli valemiga sarnane kuju, tehakse tähistus

$$L = \frac{I}{mR}, \quad (12.7)$$

siis

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}. \quad (12.8)$$

Suurust L nimetatakse pendli taandatud e. redutseeritud pikkuseks. See on võrdne sellise matemaatilise pendli pikkusega, mille võnkeperiood on T .

Punkti, mis asub pöörlemistelge ja massikeset läbival teljega ristuvale sirgel kaugusel L teljest, nimetatakse võnketsentriks. Võnketsentri asukoha leidmiseks lähtutakse Steineri teoreemist:

$$I = I_0 + mR^2, \quad (12.9)$$

kus I_0 on pendli inertsimoment tema massikeset läbiva ja endisega paralleelse telje suhtes. Asendades siit I valemisse (12.7), saadakse

$$L = \frac{I}{mR} = \frac{I_0}{mR} + R. \quad (12.10)$$

On näha, et $L > R$, s.t. võnketsenter on alati massikesk-

mest madalamal (punkt A, joon. 12.1).

Kui kinnitada keha võnketsentris nii, et ta võib pöör-
duda endisega paralleelse telje ümber, siis pendli taanda-
tud pikkus jääb endiseks (vt. lisaülesanne D). Kui ei muu-
tu taandatud pikkus, siis jääb samaks ka võnkeperiood (va-
lem (12.8)). See asjaolu võimaldab taandatud pikkust kat-
seliselt määrata.

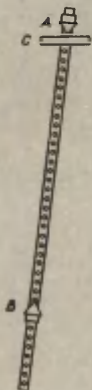
Füüsikalise pendli abil on võimalik lahendada rida
praktilisi ülesandeid, näiteks:

1) määrata kehade inertsimomente mingi telje suhtes.
Selleks tuleb keha toetada nii, et ta saaks vabalt pöördu-
da ümber selle telje, ja mõõta võnkeperiood. Siis tuleb
määrata eelmisega paralleelne telg, mis läbib massikeset
(keha on indifferentses tasakaalus), nende telgede vahemaa
on R . Valemist (12.6) arvutatakse inertsimoment;

2) määrata raskuskiirendust (Maa gravitatsioonivälja
tugevust). Selleks tuleb mõõta pendli taandatud pikkus ja
sellele vastav võnkeperiood ning valemist (12,8) arvutada
 g .

12.4. Katseseadme ja mõõtmismeetodi kirjeldus

Käesolevas töös kasutatakse raskuskiirenduse määrami-



seks pööratavat e. reversioonpend-
lit - kahe toetusprismaga varusta-
tud pikka ($l = 1,00$ m) ja peeni-
kest metallvarrast (joon. 12.2).
Prismasid A ja B saab kinnitada mis-
tahes punktis vardal, prismade asu-
koha fikseerimiseks on vardal ligi-
kaudu iga 10 mm järel puuritud sü-
vendid. Prismad toetuvad (kordamöö-
da) lõhega alusplaadile C, hõõr-
dumise vähendamiseks on nii prismad
kui alusplaat valmistatud karasta-
tud terasest.

Joon.12.2. Reversioon-
pendel.

On selge, et prismasid nihutades
on võimalik leida nende selline
asend, mille korral pendli võnke-

periood on mõlemale prismale toetumisel sama. Prismade servade vahemaa ongi siis pendli taandatud pikkus. Siin tuleb aga tähele panna, et massikeskme suhtes sümmeetrilise keha (meie juhul pika varda) korral võime leida pöördetelje neli asendit, mille korral pendli võnkeperiood on sama. Antud pöördeteljele vastav võnketsenter peab asuma teisel pool massikeset, kuid mitte sümmeetriliselt sellega.

Reversioonpendli korral jäetakse üks prisma kogu katse kestel varda suhtes paigale, teda nimetatakse liikumatuks (A). Asendit, kus pendel toetub alusele prismaga A, nimetatakse otseasendiks. Teist prisma (B) nihutatakse katse kestel; see on liikuv prisma. Kui B toetub plaadile, on pendel pööratud asendis.

Olgu katse algul mõlemad prismad võrdsel kaugusel massikeskmest, siis pendli võnkeperiood T (või N võnke aeg t_N) mõlemas asendis on ka ligikaudu sama. Liikuva prisma nihutamisel massikeskmele lähemale muutub periood otseasendis suhteliselt vähe; ta väheneb veidi, sest süsteemi varras + prisma inertsimoment muutub kiiremini kui massikeskme asukoht (valemis (12.6) I kahaneb kiiremini kui R). Pööratud asendis väheneb periood algul kiiremini kui otseasendis (I väheneb küllalt kiiresti), siis aga liikuva prisma lähenedes massikeskmele hakkab kiiresti kasvama ($R \rightarrow 0$, $T \rightarrow \infty$). Graafikud, mis väljendavad T (või t_N) sõltuvust prismade servade vahelisest kaugusest x otse- ja pööratud asendis, lõikuvad; lõikepunkti koordinaadid x^* ja T^* (või t_N^*) määravadki pendli taandatud pikkuse ja vastava võnkeperioodi.

Kõverate lõikepunkti võib määrata graafiliselt. Suuremat täpsust võimaldab saavutada aga sõltuvuste $t_N^O = f^O(x)$ (otseasendis) ja $t_N^P = f^P(x)$ (pööratud asendis) lähendamine sobivate regressioonfunktsioonidega ja x^* määramine võrrandi $f^O(x) = f^P(x)$ lahendina. Käesolevas töös kasutatakse viimast meetodit; arvutused tehakse arvutil. Lõpptulemuse täpsust mõjutab siin põhiliselt võnkeperioodi mõõtmise täpsus. Selle suurendamiseks on tarvis mõõta võimalikult suure arvu N täisvõngete sooritamise aeg. Käsitsi mõõtmisel on võngete arvu loendamine suurt tähelepanu nõudev töö,

eksimise tõenäosus on küllalt suur. Seepärast kasutatakse käesolevas töös N võnke aja mõõtmiseks fotoreleega ja võngete loenduriga varustatud elektronkella. Kella tüüritakse generaatorist, mille sagedus on stabiliseeritud kvartsresonaatoriga, näit võetakse numbertainult, mille väiksema järgu ühik on 0,1 s. Et kvartsresonaatoriga generaatori sageduse f täpsus on suur (suhteline viga $E_f \leq 10^{-5}$), siis on kella lubatud viga määratud diskretiseerimisveaga 0,1 s (see on oma olemuselt juhuslik viga) (vt. lisäülesanne E).

Fotorelee andur on kinnitatud prismae toetusplaadi C (joon. 12.2) külge, anduri lambi valgusvoo katkestamiseks on prismae külge kinnitatud traatosutid. Küllaldase täpsuse saavutamiseks vajalik võngete arv N , mis arvutatakse järgmises punktis kirjeldatava meetodi järgi, seatakse paika kella esipaneelil olevate lülitite (ühe tumbler- ja kahe ketasümberlüiti) abil. Need võimaldavad valida suvalist võngete arvu vahemikus 1...199. Kella tabloo nullistatakse vajutusega nupul NULL. Seda tuleb teha võnkuvapendli amplituudasendisse jõudmise hetkel. Kell käivitub nüüd pendli tasakaaluasendi läbimisel ja seiskub automaatselt pendli samas asendis pärast N täisvõnke sooritamist. Kell käivitub uuesti pärast tabloo nullistamist.

12.5. Katse planeerimine

Mõõta tuleb käesolevas töös pendli võnkeperioodi T ja prismae servade vahemaad x . Katse planeerimine taandub siin nende suuruste vajaliku mõõtmistäpsuse (lubatava piirvea), samuti kõverate ehitamiseks vajaliku katsepunktide arvu valikule.

Regressioonsõltuvuste ehitamisel on põhinõudeks, et argument oleks määratud funktsioonist täpsemini selles mõttes, et regressioonkõvera veakoridori laius oleks määratud funktsiooni väärtuste hajuvusega. Seepärast on x tarvis mõõta võimalikult täpselt (olemasolevate võimaluste piires). Meie tingimustes on ca 1 m pikkuse mõõtmiseks täpsein riist 800 mm mõõteulatusega 0,1 mm nooniusuga nihik. Et prismasid on võimalik kinnituskruvide ja vardas olevate süvendite abil varda suhtes ka vähemalt 0,1 mm täpsusega fikseerida,

on vahekaugused x liikumatu prisma kolme asendi jaoks mõõdetud ja antakse tabelina ette. See võimaldab aega kokku hoida.

Regressioonkõver silub katseandmete juhuslikke vigu seada paremini, mida suurem on vabadusastmete arv $m-k-1$. Siin m on katsepunktide arv, k - regressioonfunktsioonis sisalduvate ja katseandmete kaudu määratavate konstantide arv. Antud juhul on $k = 3$ (vt. p. 12.7). Piisavalt hea lähenduse saame, kui $m = (10 - 15)$. Meie katses on N võnke aja absoluutne piirviga määratud kella lubatud põhivea ($0,1$ s) ja fotorelee reaktsiooniaja võimalikest hälvetest tingitud juhusliku vea summana. Kumbki neist vigadest ei sõltu mõõdetava ajavahemiku pikkusest, seega saab perioodi mõõtmise täpsust tõsta (suhtelist piirviga vähendada) mõõdetava ajavahemiku pikendamise (võngete arvu suurendamisega). Kriteeriumiks vajaliku võngete arvu hindamisel valime nõude, et aja mõõtmise suhteline viga oleks võimalikult väike, kuid ikkagi mingi arv K korda suurem prismade servade vahemaa mõõtmise maksimaalsest suhtelisest veast:

$$\frac{\Delta t}{NT} = K \frac{\Delta x}{x}. \quad (12.11)$$

Siin eelöeldu põhjal võtame $\Delta x = 0,1$ mm, $x \approx 600$ mm. Kui liikuv prisma pole mitte väga lähedal varda keskpunktile, sõltub priood üsna nõrgalt prisma asendist. Seetõttu võime katse planeerimiseks mõõta T liikuva prisma suvalise asendi korral, ükskõik, kas pendli pööratud või otseasendis. Kinnitame liikuva prisma suvalisse süvendisse ja mõõdame 10 võnke aja 10 korda.

Kui juhuslik viga on väiksem diskretiseerimisveast, valime $\Delta t = 0,1$ s. Arvutame võnkeperioodi, valime $K = 5 \dots 10$ ja arvutame N .

Kuid võngete arvu valimisel tuleb arvestada ka eksperimentaatori käsutuses olevat summaarset aega. Et kogu vajaliku tööga praktikumi aja jooksul toime tulla, ei tohiks põhimõõtmiste käigus pendli võnkumisele kuluv summaarne aeg $2 m t_N = 2 m N T$ ületada ca 1 h. Arvutame lubatud võngete arvu N' sellest kriteeriumist:

$$2 \text{ mN}^{\circ}\text{T/s/} = 3600.$$

(12.12)

Tööks valime arvudest N ja N' väiksema.

12.6. Töö käik

12.6.1. Seame statiivi samba reguleeritavate jalakruvide abil ripploodi järgi vertikaalseks, siis on alusplaat C (joon. 12.2) horisontaalne. (Konsooliga seinale kinnitatud katseseadme puhul pole seda vaja teha, alusplaat on siin juba horisontaalseks seatud.)

12.6.2. Kinnitame liikumatu prisma juhendaja poolt määratud süvendisse vardal (üks neist asenditest, mille jaoks on ette antud kaugused x), liikuva prisma kinnitame samale kaugusele varda teisest otsast. Asetame pendli liikumatu prismaga alusplaadile, jätame ta seisma tasakaaluasendisse. Lülitame sisse kella, painutamisega reguleerime prisma külge kinnitatud traatosutit selliselt, et ta pendli tasakaaluasendis kataks lambi valgusvoo võimalikult hästi. Töö käigus tuleb osutite asendit kontrollida pärast pendli igakordset pööramist.

12.6.3. Kui kell on vähemalt 10 min soojenenud pärast võrkulülitamist, paneme pendli võnkuma sellise minimaalse amplituudiga, mille korral pendli amplituudasendites oleks lambi valgusvoog täielikult avatud. Mõõdame 10 korda kümne täisvõnke aja t_{10} (mõõtmiste planeerimiseks vastavalt p. 12.5). Selleks valime kella paneelil soovitud võngete arvu 10 ja nullistame kella tabloos (pendli amplituudasendis). Nullistamist kordame 10 korda, pendlit vahepeal peatamata. Siin ja edaspidi alustame aja mõõtmist mitte kohe pärast algõuke andmist pendlile, vaid kümnekond täisvõnget hiljem, et jõuaks sumbuda algõukel tekkida võiv külgvõnkumine.

12.6.4. Arvutame vajaliku täisvõngete arvu N (valemitest (12.11) ja (12.12)), seame selle arvu kella paneelil lülitate abil paika.

12.6.5. Määrame katseliselt pendli otsa maksimaalse lubatud amplituudi. Selleks alustame minimaalse võimaliku amplituudiga, mille korral veel lambi valgusvoog täielikult

avatakse, registreerime pendli nurkamplituudi nurkhälvete mõõtmiseks mõeldud skaalal, laseme pendli tõuketa võnkuma ja mõõdame N võnke aja. Kordame seda operatsiooni, suurendades iga kord pendli alghälvet ca 1° võrra, kuni avastame pendli võnkeperioodi meie kellaga määratava muutuse. Põhimõõtmistel peab alghälve pendli võnkumisel meie eelkatse viimasest alghälbest väiksem olema.

12.6.6. Mõõdame N võnke aja mõlemas asendis. Seejärel nihutame liikuvat prisma kahe süvendi võrra massikeskme poole, mõõdame uuesti N võnke aja. Seda jätkame, kuni t_N pööratud asendis saab suuremaks, kui ta oli katse algul, mil prismad olid võrdsetel kaugustel varda otstest. Katsepunkte peab olema 13 - 15. Kui see pole nii, mõõdame t_N veel mõnes vahepealses punktis, soovitatav kõverate lõikepunkti läheduses (s.t. seal, kus $t_N^0 \approx t_N^p$). Eksete vältimiseks mõõdame alati pärast prisma nihutamist kauguse x orienteerivalt mõõtlindiga. Nende põhikatsete tulemused kanname tabelisse (vt. lisäülesanne F).

12.6.7. Kanname katsepunktid graafikule teljestikus $x - t_N$ (millimeeterpaberil), tõmbame silma järgi läbi katsepunktide võimalikult sujuvad kõverad. Kui mõned punktid jäävad kõverast kahtlaselt palju kõrvale, kordame mõõtmist nendes punktides. Määrame kõverate lõikepunkti abstsissil ligikaudse väärtuse $x_0 = L_0$ (see on vajalik algühendina võrrandi $f^0(x) = f^p(x)$ numbrilisel lahendamisel arvutis).

12.6.8. Töötleme mõõteandmed arvutil dialoogirežiimis. Arvuti poolt väljastatud tulemuste järgi ehitame (millimeeterpaberil) regressioonkõverad $t_N^0 = f^0(x)$ ja $t_N^p = f^p(x)$ (vt. p. 12.4). Kanname samasse teljestikku ka katsepunktid.

12.6.9. Arvuti trükkib üksikpunkti ruutkeskmise hälbe regressioonkõverast s_t mõlema kõvera jaoks (valem (12.16)). Arvutame kõveralalt valitud punktide piirvea

$$\Delta t_N = \frac{s_t \cdot t_{m-k-1,p}}{\sqrt{m}} + E_f t_N, \quad (12.13)$$

(siin $t_{m-k-1,p}$ on Studenti tegur valitud usaldusnivool p , vabadusastmete arvuga $m-k-1$, E_f on kella sisemise generaatori

tori lubatud viga (vt. p. 12.4)), ehitame veakoridorid. Kontrollime, kas x piirviga $\Delta x = 0,13 \text{ mm}$ (miks mitte $0,1 \text{ mm}$?) ühegi mõõdetud punkti läheduses ei lähe ehitatud vektorikoridorist välja. Teeme veakoridoride lõikumisel tekkinud kõverjoonelise hulknurga järgi kindlaks taandatud pikkuse piirvea ΔL , võrdleme arvuti poolt trükitud tulemusega. Sealjuures tuleb arvestada, et viimane tulemus tähendab standardhälvet, ta tuleb korrutada teguriga $\frac{t_{m-k-1,p}}{\sqrt{m}}$ (vt. valem (12.13)). Juhendaja nõudmisel lahendame lisaülesande I.

12.6.10. Esitame raskuskiirenduse koos piirveaga õigesti ümardatult.

12.7. Arvutusalgoritmi kirjeldus

Funktsioonide $t_N^0 = f^0(x)$ ja $t_N^p = f^p(x)$ (vt. p. 12.4) lähendamiseks kasutatakse algoritmis polünoomregressiooni [1, p. 30.11]. Osutub, et $f^0(x)$ ja $f^p(x)$ lähenditeks sobivad piisavalt hästi polünoomid

$$f^0(x) = A_1 + A_2x + A_3x^2, \quad (12.14)$$

$$f^p(x) = B_1 + B_2x^{-1} + B_3x. \quad (12.15)$$

Regressioonülesande lahendina saadakse konstantide A_1 ja B_1 väärtused, mille korral katsepunktide hälvete ruutude summa kõveratest $t_p^0 = f^0(x)$ ja $t_N^p = f^p(x)$ t_N -telje sihis on minimaalne. Arvuti arvutustäpsus on piiratud, seepärast võib siin polünoomregressioonülesande lahendamisel arvutusviga osutada märgatavaks. Arvutustäpsuse tõstmiseks on sobiv muuta algandmete mastaapi. Arvutusvigade probleem läheb teravaks siis, kui kas argumendi või funktsiooni (või mõlema) väärtused on küllalt suured ja katavad arvutelje kitsa vahemiku. Siis on otstarbekas lahutada kõigist arvudest mingi konstant, mille väärtus asub arvuhulga muutumispiirkonna keskel; saadud tulemused on siis nullilähedased arvud. Arvuti registrites ei raisata siis suure täisosa kujutamiseks bitt, arvutustäpsus kasvab oluliselt.

Algoritm teisendabki algandmed kujusse:

$$t'_N = t_N - C_t,$$

$$x' = x - x_\infty,$$

kus C_t on aegade aritmeetiline keskmine ja x_∞ on sel-line prismade servade vaheline kaugus, mille korral $T^P \rightarrow \infty$. x_∞ väärtus valitakse ligikaudu: $x_\infty = 0,5$ m (vt. lisaülesanne H). Regressioonülesanne lahendatakse muutujatega t'_N ja x' . Arvutatakse üksiku punkti ruutkeskmised hälbed s_t ja s_t^p valemi järgi

$$s_t = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m [t'_{Ni} - f(x'_i)]^2}{m - k - 1}}. \quad (12.16)$$

Edasi lahendatakse võrrand $f^0(x') = f^p(x')$ iteratsioonimeetodil [4, lk. 182]. Selleks esitatakse ta kujul:

$$x' = \frac{B_2}{A_1 - B_1 + (A_2 - B_3)x' + 4A_3x'^2} = \psi(x'),$$

asetatakse alglähend $x_0 - x_\infty = x'_0$ ($x_0 = L_0$) avaldise paremasse poolde ja arvutatakse järgmine lähend $x'_1 = \psi(x'_0)$, edasi $x'_2 = \psi(x'_1)$ jne., kuni $x'_j = x'_{j-1}$ (arvutustäpsuse piires). Siis loetakse

$$x'_j + x_\infty = x^* = L$$

(taandatud pikkus). Valemitest (12.14) või (12.15) arvutatakse N võnke aeg, mis vastab leitud taandatud pikkusele:

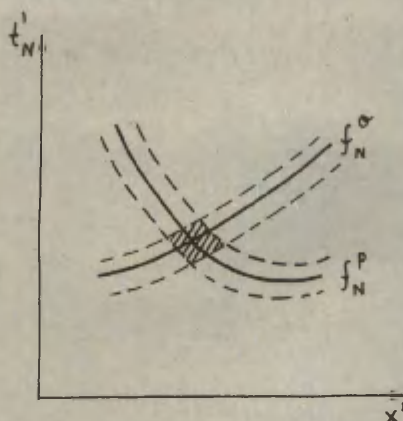
$$t_N^* = C_t + f^p(x'_j) \quad \text{või} \quad t_N^* = C_t + f^0(x'_j).$$

Haskuskiirendus g arvutatakse valemist

$$g = 4\pi^2 N^2 \frac{L}{t_N^{*2}}. \quad (12.17)$$

Piirvea Δg määramisel võib lähtuda sellest, et kõverate lõikepunkt jääb usaldatavusega p veakoridoride lõikumisel tekkivasse kõverjoonelisse hulknurka (joon. 12.3, viirutatud). Algoritmis loetakse veakoridori poollaiuseks suurus s_t/\sqrt{m} (vt. valemid (12.16) ja (12.13)). See tähendab, et tegeliku regressioonfunksiooni kõver jääb sellise veakoridori sisse ainult üsna madalal usaldusnivool, umbes 70 %.

Veakoridori piirid saadakse funktsioonidele $f^0(x)$ ja $f^p(x)$ veakoridori poollaiuse liitmise ja lahutamise teel.



Joon. 12.3. Raskuskiirenduse piirvea määramine.

Kiirenduse g piirviga arvutatakse valemi (12.17) põhjal, lugedes L ja t_N^* sõltumatuks. Nii saadud veshinnang on tublisti suurem rangest hinnangust, mis arvestaks suuruste L ja t_N^* sõltuvust. Rangema hinnangu saamine oleks liialt töömahukas. Ka Δg saadakse sel viisil madalal usaldusnivool; piirvea saamiseks suuremal usaldusnivool tuleb see Δg korrutada vastava Studenti teguriga [1, tabel 35.2.2; 2, tabel 4.2].

Andmetöötluse ülesanne lahendatakse arvutil dialoogi-režiimis. Arvuti küsimuste järgi sisestatakse klaviatuurilt oma nimi, kasutatud võngete arv N , katsepunktide arv m , taandatud pikkuse alglähend L_0/m , prismade servade vahelised kaugused x/m (m arvu), N võnke ajad otseasendis $t_{N/s}^0$ (m arvu) ja pööratud asendis $t_{N/s}^p$ (m arvu). Kogu edasine dialoog toimub arvuti juhendamisel.

12.8. Lisaülesanded

12.8.1. Enne praktikumi

A. Mis on mehhaanilise süsteemi vabadusastmete arv?

Mituvabadusastet on nööri otsas rippuval keral? Vertikaalsel vedrupendlil?

B. Kirjutada skalaarne momentide võrrand üldkujul ja selgitada liikumisvõrrandi (12.1) saamist. Miks on siin paremal pool märk "-"?

C. Näidata, et suhtel $\frac{I}{mR}$ (valem (12.7)) on pikkuse dimensioon.

D. Lähtudes joonisest 12.1, kasutades Steineri teoreemi ja valemeid (12.7) ja (12.10) tõestada, et füüsikalise pendli taandatud pikkus ei muutu, kui pendel kinnitada võnketseentris nii, et ta võib pöörduda endisega paralleelse telje ümber.

E. Leida see piir, millest pikemate ajavahemike mõõtmisel ei ole enam õige väide, et kella lubatud viga on määratud diskretiseerimisveaga 0,1 s (vt. p. 12.4), s.t., tuleb arvestada ka kvartsresonaatori sageduse lubatud viga. Mis asi on numbernäiduga mõõteriistade diskretiseerimisviga?

F. Skitseerida tabeli vorm põhikatsete tulemuste paigutamiseks.

12.8.2. Pärast praktikumi

G. Juhendi p. 12.6.5 järgi määrati maksimaalne lubatud nurkamplituud. Kui töötada amplituudi suuremate väärtustega, siis tekib perioodi lihtsustatud (lineariseeritud) valemi (12.6) kasutamisel metoodiline viga. Suhtelise metoodilise vea väärtust saab hinnata N võnke aja amplituudi suurenemisel registreeritud muutuse ja selle aja enda suhtena.

Füüsikalise pendli liikumise täpse diferentsiaalvõrrandi (12.2) lahendamisel saadakse perioodi valem lõpmatu reana:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgR}} \left(1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \sin^2 \frac{\alpha_0}{2} + \left(\frac{3}{8}\right)^2 \sin^4 \frac{\alpha_0}{2} + \dots \right).$$

Väikese amplituudiga võnkumise korral jäetakse selles reas ära kõik liikmed alates teisest. Metoodiline viga on esimeses lähenduses määratud rea teise liikmega, suhteline metoodiline viga avaldab:

$$\frac{\frac{1}{4} \sin^2 \frac{\alpha_0}{2}}{1} = \frac{1}{4} \sin^2 \frac{\alpha_0}{2}.$$

Leida nurkamplituud α_0 , mille korral metoodiline vigaga valemi (12.6) kasutamisel ei ületa katsetulemuste põhjal saadud väärtust. Võrrelda pendli maksimaalse lubatud nurkamplituudi niiviisi arvutatud väärtust katses leitudga.

H. Mõõtmistulemuste töötlemisel andmete mastabeerimisel lahutatakse aegadest t_N nende aritmeetiline keskmine, prismadevahelistest kaugustest x aga arv x_{∞} , mis ei asu mitte arvuhulga keskel (vt. p. 12.7). Andmemassiive t_N ja x analüüsides selgitada, miks on nii toimitud.

I. Leida p. 12.6.9 järgi ehitatud graafikut kasutades raskuskiirenduse piirviga kõverate lõikepunkti kaudu määratavate suuruste L ja t_N^* sõltuvust arvestades. (Selgitus - kõverate lõikepunkt asub veakoridoride lõikealal meile teadmata punktis, kuid ΔL ja Δt_N^* mõlemad on selle punktiga määratud.)

12.9. Kirjandus

1. Tammet H. Füüsika praktikum: Metroloogia. - Tln.: Valgus, 1971. - 240 lk.
2. Voolaid H. Mõõtevõigade hindamine füüsika praktikumis. - Tartu: TRÜ, 1986. - 55 lk.
3. Saveljev I. Füüsika üldkursus. - Tln.: Valgus, 1978. - I-lk. 180-182.
4. Võhandu L., Tamme E., Luht L. Arvutusmeetodid. - Tln.: Valgus, 1986. - I. - 311 lk.
5. Сивухин Д.В. Общий курс физики: Механика. - М.: Наука, 1974. - I. - С. 209-213.

13. SUNDVÕNKUMISE UURIMINE POHLI PÖÖRDPENDLIGA

13.1. Tööülesanne

Mehhaanilise süsteemi sundvõnkumise resonantsikõverate määramine mitmesuguse sumbuva korral.

13.2. Töövahendid

Pohli pöördpendel, helisagedusgeneraator, toite- ja võimendusplakk, fotoanduriga elektronkell.

13.3. Teoreetilised alused

Igal mehhaanilisel süsteemil, millel on olemas püsiva tasakaalu asend ja mille väljaviimisel sellest asendist süsteemis tekivad tasakaaluasendisse tagasiviivad jõud, on üks või mitu omavõnkesagedust, millega ta hakkab võnkuma pärast ühekordset tõuget. Väliste perioodilise jõu toimel võib aga sellist süsteemi sundida võnkuma mistahes sagedusega. Selline võnkumine on sundvõnkumine.

Käesolevas töös uuritakse pöördpendli sundvõnkumist, mida põhjustab ajas harmooniliselt muutuv väline jõumoment. Väline jõumoment $M_1 = M_0 \sin \omega_1 t$, kus M_0 on väliste jõumomendi amplituud ja ω_1 selle momendi ringsagedus. Tasakaaluasendist väljaviidud pöördpendlile mõjub ka tasakaaluasendi poole pöörav, vedru elastsusest tingitud jõumoment $M_2 = -D\alpha$, kus α on pöördenurk ja D võrdetegur. Suurust D nimetatakse keerdjäikuseks ja ta on võrdne momendiga, mis mõjub pöördenurga puhul 1 radiaan. Pöördpendlile mõjub ka takistav jõumoment. Kui see on kiirusega võrdeline, siis $M_3 = -h\dot{\alpha}$, kus h on takistustegur.

Neist andmeist lähtudes võib kirjutada ketta liikumise diferentsiaalvõrrandi (momentide võrrand telje suhtes):

$$I\ddot{\alpha} = -D\alpha - h\dot{\alpha} + M_0 \sin \omega_1 t, \quad (13.1)$$

kus I on ketta inertsimoment.

Selle võrrandi täielik lahend on järgmine:

$$\alpha = A_0 e^{-\gamma t} \cos(\omega_1 t + \varphi_0) + B \sin(\omega_1 t + \varphi), \quad (13.2)$$

kus $\gamma = h/2I$ on sumbetegur, $\omega_1 = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$ on sumbuva vabavõnkumise ringsagedus, $\omega_0 = \sqrt{D/I}$ on omavõnkumise ringsagedus (sumbuvuse täielikul puudumisel), A_0 ja φ_0 - omavõnkumise algamplituud ja algfaas, B - sundvõnkumise amplituud, φ - sundvõnkumise hälbe ja välise jõumomendi faaside vahe.

Teatud aja möödudes võnkumise algusest vabavõnkumine sumbub täielikult, jääb ainult sundvõnkumine, mille hälve avaldub:

$$\alpha = B \sin(\omega_1 t + \varphi), \quad (13.3)$$

kus

$$B = \frac{M_0}{I \sqrt{(\omega_0^2 - \omega_1^2)^2 + 4\gamma^2 \omega_1^2}}. \quad (13.4)$$

$$\operatorname{tg} \varphi = - \frac{2\omega_1 \gamma}{\omega_0^2 - \omega_1^2}. \quad (13.5)$$

Valemist (13.4) on näha, et sundvõnkumise amplituud B omendab maksimaalse väärtuse, kui välise jõumomendi sagedus omendab väärtuse:

$$\omega_{\text{res}}^2 = \omega_0^2 - 2\gamma^2. \quad (13.6)$$

Sellist maksimaalse amplituudiga võnkeolukorda nimetatakse resonantsiks, sagedust ω_{res} - resonantsisageduseks.

Valemist (13.5) on näha: 1) kui $\omega_1 \ll \omega_0$, siis $\varphi \approx 0$, s.t. sundvõnkumise faas langeb peaaegu kokku välise jõumomendi faasiga; 2) kui $\omega_1 \approx \omega_0$, siis $\varphi \approx -\frac{\pi}{2}$, s.t. resonantsi korral sundvõnkumise faas jääb maha veerand perioodi võrra välise jõumomendi faasist; 3) kui $\omega_1 \gg \omega_0$, siis $\varphi \approx -\pi$, s.t. sundvõnkumise faas jääb maha poole perioodi võrra välise jõumomendi faasist.

Graafikuid, mis väljendavad sundvõnkumise amplituudi ja võnkuva süsteemi hälbe ning sundiva välisjõu momendi faasi-

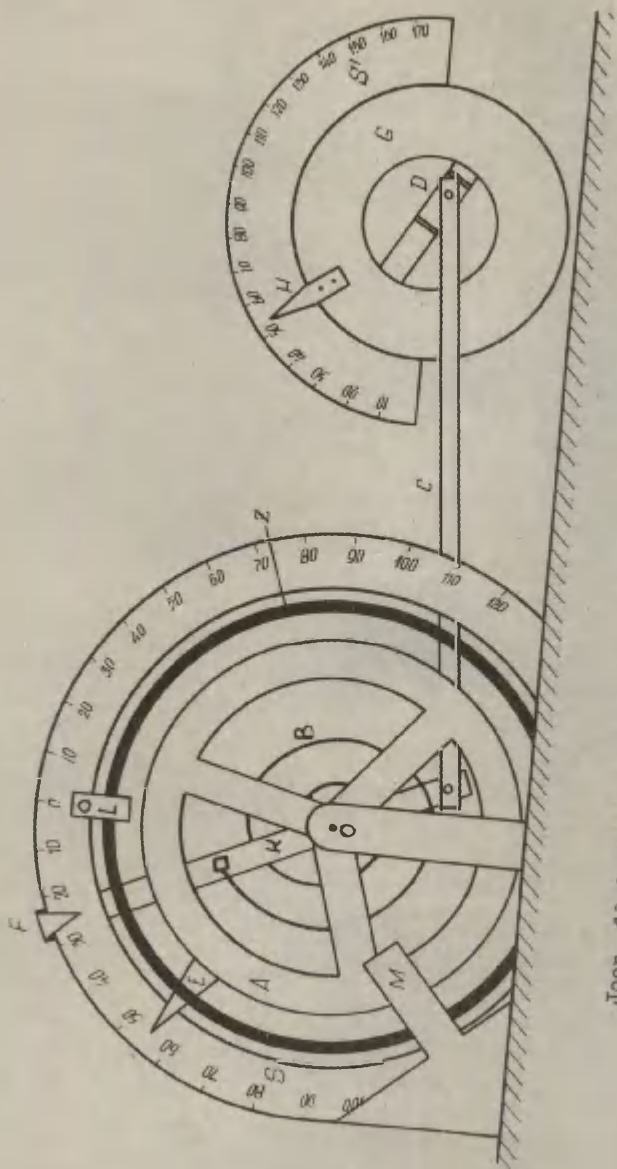
de vahe sõltuvust sundiva jõumomendi sageduse ja omavõnkesageduse suhtest ω_1/ω_0 , nimetatakse vastavalt amplituud- ja faasiresonantskõverateks.

13.4. Katseseadme kirjeldus

Käesolevas töös kasutatakse sundvõnkumise uurimisel Pohli poolt konstrueeritud seadet (joon. 13.1). Ümber telje O pöörduda võiv väljalõigetega metallketas A koos temale ühe otsaga kinnituva spiraalvedruga B moodustab võnkuva süsteemi - pöördpendli. Spiraalvedru teine ots on kinnitatud kangi K külge, mis samuti võib pöörduda ümber telje O. Kangi alumine ots on šarniirselt ühendatud kepsuga C, mille teine ots on omakorda šarniirselt kinnitatud elektrimootori võllil asuva ekstsentriku D külge. Selline ülekanne muudab mootori võlli pöördliikumise kangi K harmooniliseks pöördvõnkumiseks telje O ümber. Et spiraalvedru ots on kinnitatud sellise harmooniliselt võnkuva kangi külge, siis mõjutabki kang pöördpendlit ajas sinusoidaalselt muutuva jõumomendiga. Selle momendi amplituudi on võimalik muuta ekstsentriku šarniiri ja mootori võlli vahelise kauguse muutmiseega.

Ketta võnkeamplituudi mõõtmiseks on sellele kinnitatud osuti E ja ketta taha ringskaala S. Väliste jõumomendi faasi ligikaudseks hindamiseks on ka kangi K küljes osuti F, mis liigub sama skaala S ees.

Mootorina kasutatakse pöörlemissageduse vähendamiseks ettenähtud hammasratasreduktoriga varustatud sünkroonmootorit, mille ankru (seega ka reduktori väljundvõlli) pöörlemise nurkkiirus sõltub mootorit toitva vahelduvpinge sagedusest. Algselt 50 Hz sagedusele ette nähtud mootor töötab küllalt laias sagedusvahemikus - 20...120 Hz. Madalamal sagedusel jääb ta lihtsalt seisma; sageduse suurendamisel aga muutub pöörlemiskiirus toitepinge teatud piirsagedusel hüppeliselt kaks korda väiksemaks. Reguleeritava sagedusega toitepinget antakse mootorile helisagedusgeneraatorist läbi toite- ja võimendusploki asuva võimsusvõimendi. Toite- ja võimendusplakk ühendatakse katseseadmega kuplungi abil, helisagedusgeneraatori väljundi ühendamiseks on toite- ja



Joon. 13.1. Põhli pöördpendel sundvõnkumise uurimiseks.

võimendusploki esipaneelil kruviklemmid. Võimsusvõimendi sisendisse tuleb anda umbes 1 V vahelduvpinge (väiksema sisendpinge korral hakkab võimendi moonutama). Sisendpin- ge paraja väärtuse määramiseks on toite- ja võimendusplo- ki esipaneelil indikaator, mille osuti peab töötamisel asu- ma skaalal piirkonnas ХОРОМО.

Pöördpendli sumbetegurit saab muuta elektromagneti M (joon. 13.1) abil, mille pooluste vahel liigub ketas A . Magnetväljas liikumisel tekivad kettas pöörisvoolud, mis pidurdavad ketta liikumist seda rohkem, mida tugevam on magnetväli. Magnetvälja tugevust saab muuta voolutugevuse muutmisega magneti mähistes. Magnetit toidetakse toite- ja võimendusploki asuvast stabilisaatorist; voolu reguleeri- mise potentsiomeetri nupp ja voolu mõõtmiseks ette nähtud ampermeeter asuvad toite- ja võimendusploki esipaneelil. Voolutugevus pöörisvooludes on võrdeline liikumiskiiruse- ga, seega nendest vooludest tingitud takistav jõumoment on võrdeline pendli nurkkiirusega, mida eeldati ka võrrandi (13.1) üleskirjutamisel. Laagrites esinev kuiv hõõre ei ole aga selle võrrandiga kooskõlas, mistõttu madalal sage- dusel pendli võnkumine ei allu hästi siin kasutatavale teooriale (vt. lisäülesanne G).

Pöördpendli nurkhälbe ja välise jõumomendi faasivahe mõõtmiseks kasutatakse kaht andurit ja nende poolt tüüri- tavaid lampe. Fotoelektriline andur koosneb rõnga Z külge (joon. 13.1) kinnitatud valgustuslambist L ja skaala S tagaküljele kinnitatud fotodiodist. See andur on kinnita- tud skaala S nulli kohal; ta registreerib alusel oleva neoonlambi sähvatusesga momendid, millal pöördpendel läbib tasakaaluasendi, s.o. pendli nurkhälbe faasi väärtused $n\pi$, kus $n = 0, 1, 2, \dots$. Teine andur koosneb mootori võl- liga kontsentriliselt paigutatud rõnga G tagaküljel asu- vast normaalselt lahutatud mehhaanilisest kontaktipaarist, mis mootori võllile kinnitatud rõngal asuva nuki abil ühen- datakse üks kord mootori iga täispöörde jooksul. Rõngas G koos kontaktipaariga on osutist H pööratav skaala S' suhtes 180° võrra. Kontakte sulgeva nuki asend mootori võl- lil valitakse nii, et kui osuti H näitab nulli skaalal S',

siis kontaktipaar sulgub ja teine neonlamp alusel süttib momendil, mil kangi K osuti F läbib skaala S nulli, s.t. välise jõumomendi faas on 0 (õigemini küll tuleks faasi väärtuseks lugeda $2n\pi$, kus $n = 0, 1, 2, \dots$). Rõnga G pööramisega saab teise neonlambi abil reguleerida momente, millal jõumomendi faas omab mistahes väärtust vahemikus $0 - 180^\circ$. Et fotoelektrilise anduriga ühendatud lamp registree-rib alati pendli nullfaasi, siis, kui seada rõngas G nii, et mõlemad lambid süttivad üheaegselt, näitab osuti H skaalal S' parajasti välise jõumomendi ja pendli nurkhälbe faaside vahet φ (vasakpoolne neonlamp süttib kaks korda ketta A vönkeperioodi jooksul, ainult üks neist süttimismomentidest saab kokku langeda parempoolse lambi süttimismomendiga). Fotoelektrilise anduri fotovoolu võimendist võetakse signaal elektronkella käivitamiseks ja seiskamiseks. Kella kasutamise juhend antakse kohapeal kasutamiseks.

Seadme alusel on kolm tumblerlülitit mootori, magneti ja vilkuvate lampide sisse- ja väljalülitamiseks.

13.5. Töö käik

13.5.1. Kontrollime seadme korrasolekut. Selleks ühendame toite- ja võimendusploki helisagedusgeneraatori ja katseseadmega ning lülitame ta võrku (samuti ka helisagedusgeneraatori). Lülitame tumblerite abil välja mootori ja magneti, lambid lülitame sisse. Seame osuti H nullile skaalal S' . Pöörame käega ekstsentriskust D mootori redukto-ri võlli, kuni süttib parempoolne lamp katseseadme alusel. Osuti F peab nüüd näitama nulli skaalal S . Kui see pole nii, tuleb osutit veidi painutada. Mootori võlli selles asendis peab seisev ketas A asuma nii, et ka osuti E näitab nulli, s.o. osuti otsa vari katab fotodiodi ava. (Vasakpoolne neonlamp ei põle, sest teda tüüriv elektroonika-skeem süütab lambi pärast fotodiodi varjestamist vaid lühike-keks ajaks.) Kui see pole nii, tuleb vabastada spiraalved-ru ots kangi K küljest ja reguleerida vedru pikkust.

Kontrolliks lülitame sisse mootori. Osuti F mõlema-poolsed amplituudid skaalal S peavad olema võrdsed. Kui see pole nii, tuleb pöörduda juhendaja või laborandi poole,

kes reguleerib nukiga rõnga asendit mootori võllil. Loomulikult tuleb pärast seda uuesti kontrollida ketta A nullseisu.

13.5.2. Määrame ligikaudu pöördpendli omavõnkesageduse ω_0 , andes pendlile käega alghälbe ja kasutades elektronkella. Kasutame kella sajandiksekundilise täpsusega tablood. Teeme vähemalt kolm kordusmõõtmist, andes iga kord pendlile sama alghälbe (soovitav vahemikus 30 - 50 jaotist - vt. lisaülesanne F). Kui tulemuste erinevus üksteisest ei ületa kella diskretiseerimisviga (0,01 s), siis edaspidi mõõdame aja kokkuhoiuks pendli võnkesagedust ühe täisperioodi ühekordse mõõtmise teel.

Miks on siin ω_0 mõõtmist nimetatud ligikaudseks? (Vt. lisaülesannet G).

13.5.3. Määrame resonantssageduse ω_{res} ja resonantsamplituudi B_{res} . Selleks seame osuti H skaalakriipsule 90° ja reguleerime (väljalülitatud magneti korral) mootori pöörlemissagedust, kuni lambid süttivad samaaegselt. Et faasivahe $\varphi = 90^\circ$, kui $\omega_k = \omega_0$, aga $\omega_{res} < \omega_0$, siis täpsustame ω_{res} väärtust, vähendades üsna veidi helisagedusgeneraatori sagedust ja otsides ketta A amplituudi maksimumi. Mõõdame perioodi resonantsiolukorras.

Nüüd ja edaspidi tuleb enne amplituudi fikseerimist ja perioodi mõõtmist oodata vabavõnkumise sumbumist (vt. lisaülesanne B).

Määrame amplituudi B, perioodi T ja faasivahe φ väärtused veel vähemalt kuuel sundiva jõumomendi sagedusel. φ määrame skaalalt S', seadnud osuti H nihutamisega lampide välked samaaegseks. Sundiva momendi sagedused tuleb valida nii, et pooled neist on resonantssagedusest suuremad ja pooled väiksemad. Sealjuures tuleb ära kasutada kogu sagedusvahemik, mille korral mootor töötab. Väikese sumbuvuse korral (magnet on välja lülitatud) tuleb jälgida, et katsepunkte oleks ikka ka resonantskõverate järsult tõusval ja langeval osal.

13.5.4. Kordame p. 13.5.3 nõutud mõõtmisi magnetit läbiva voolu kahel väärtusel (üks nendest kindlasti maksimaalne võimalik väärtus).

13.3.5. Lülitame välja mootori. Määrame ketta sumbete-guri mõlema kasutatud voolutugevuse korral läbi magneti. Selleks viime ketta tasakaaluasendist maksimaalselt välja ja mõõdame aja $t_{n,n+m}$, mille jooksul võnkeamplituud kaha-neb väärtuselt A_n (suvaliselt valitud amplituud, n -s ampli-tuudasend pärast ketta lahtilaskmist) väärtuseni A_{n+m} (m peab kindlasti olema suurem kui 1, kuid A_{n+m} ärgu olgu lii-ga väike, mitte väiksem kui $0,2 A_n$).

Aja $t_{n,n+m}$ mõõtmiseks võib kasutada sedasama elektron-kella, mida kasutati perioodi mõõtmisel. Kuidas seda teha, nähtub lisaülesande E lahendusest.

Sumbeteguri arvutame valemist:

$$\gamma = \frac{1}{t_{n,n+m}} \ln \frac{A_n}{A_{n+m}}. \quad (13.7)$$

Kordame mõõtmisi ja arvutusi vähemalt 5 korda, arvutame kesk-mise γ . Lisaülesande G lahendamiseks määrame ka γ_0 .

13.5.6. Juhendaja nõudmisel teeme lisaülesande F lahen-damiseks vajalikud mõõtmised.

13.5.7. Ehitame resonantskõverad kõigi kolme sumbuuse korral. Kontrollime valemi (13.6) kehtivust piirvigade pii-res.

13.6. Protokolli vormistamisest

Kõik mõõtmistulemused tuleb kanda tabelitesse. Põhilis-te mõõtmistulemuste (p. 13.5.3 ja 13.5.4) tabeli vorm tuleb koostada nii, et sinna peale otsese mõõtmise tulemuste (võn-keperiood T , sundvõnkumise amplituud B ja faasivahe φ) ma-huksid ka kõik arvutustulemused (sundiva momendi ringsage-dus ω_1 , suhe ω_1/ω_0).

13.7. Lisaülesanded

13.7.1. Enne praktikumi

A. Tuletada valemid (13.6) ja (13.7).

B. Mille järgi otsustada, kas omavõnkumine on juba sum-bunud?

C. Joonestada ühe vabaduseastmega süsteemi sundvõnkumi-se amplituud- ja faasiresonantskõverate kvalitatiivne kuju.

D. Selgitada, miks on p. 13.5.1 nõutud, et osuti F mõlemapoolsed amplituudid peavad olema võrdsed.

E. Sumbeteguri määramisel (p. 13.5.6) tuleb mõõta aega, mis kulub võnkuval kettal jõudmiseks mingist suvalisest (n-ndast) amplituudasendist (vastav amplituud A_n) m perioodi hiljem esinevasse (n+m)-ndasse amplituudasendisse (vastav amplituud A_{n+m}). Kella saab käivitada ja seisata ainult ketta tasakaaluasendi läbimise momendil. Kuidas kasutada seda kella aja $t_{n,n+m}$ mõõtmiseks?

13.7.2. Pärast praktikumi

F. Mõõtes vabavõnkeperioodi erinevate alghälvete korral, teha kindlaks, kas ja kui, siis kuidas see sõltub alghälbest. Selgitada nähtust.

G. Määrata sumbetegur \mathcal{D}_0 (ilma magnetita) ja näidata, kes on õigustatud ω_0 mõõtmine sumbuvalt arvestamata (s.t. kas valemist $\omega' = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma_0^2}$ kasutatava mõõtmistäpsuse piires ei tule ω' erinev ω_0 -st). Vajaduse korral arvutame ω_0 täpsustatud väärtuse.

Selgub, et ka sumbeteguri väärtus sõltub ketta võnkeamplituudist. Millega seda seletada? Kuidas on selle nähtusega seotud ketta "veider" käitumine sundiva jõu madalal sagedusel (väikese amplituudi korral)?

13.8. Kirjandus

1. Saveljev I.V. Füüsika üldkursus. - Tln.: Valgus, 1976, - I. - Lk. 196-201.
2. Физический практикум: Механика и молекулярная физика / Под ред. В.И. Ивероновой. - М.: Наука, 1967. - Задача 28.
3. Стрелков С.П. Механика. - М.: Наука, 1975. - С. 437-445.

РАБОЧИЕ УКАЗАНИЯ К ПРАКТИКУМУ ПО МЕХАНИКЕ. I.

Составитель Эдуард Т а м м.

На эстонском языке.

Тартуский государственный университет.
ЭССР, 202400, г.Тарту, ул.Оликооли, 18.

Вastutav toimetaja H. Oka.

Korrektor A. Seppet.

Paljundamisele antud 10.02.1988.

Formaat 60x84/16.

Rotaatoripaber.

Masinakiri. Rotaprint.

Tingtrükipoognaid 7,91.

Arvestuspooznaid 7,55. Trükipoognaid 8,5.

Trüklarv 500.

Tell. nr. 146.

Hind 25 kop.

TRÜ trükikoda. ENSV, 202400 Tartu, Tiigi t. 78.